

NCERT Class 10 Maths Exercise 2.4 (प्रश्नावली 2.4)

प्रश्न 1. सत्यापित कीजिए कि निम्न त्रिघात बहुपदों के साथ दी गई संख्याएँ उसकी शून्यक हैं। प्रत्येक स्थिति में शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध को भी सत्यापित कीजिए :

(i) $2x^3+x^2-5x+2$, $\frac{1}{2}, 1, -2$ (ii) x^3-4x^2+5x-2 , $2, 1, 1$

हल :- (i) $2x^3+x^2-5x+2$, $\frac{1}{2}, 1, -2$

$$\begin{aligned} p(1/2) &= 2(1/2)^3 + (1/2)^2 - 5 \times 1/2 + 2 \\ &= 2 \times 1/8 + 1/4 - 5/2 + 2 \\ &= 1/4 + 1/4 - 5/2 + 2 \\ &= \frac{1+1-10+8}{4} = \frac{0}{4} = 0 \end{aligned}$$

अतः $\frac{1}{2}$, $p(x)$ का शून्यक है।

$$p(1) = 2(1)^3 + (1)^2 - 5 \times 1 + 2 = 2 + 1 - 5 + 2 = 0$$

अतः 1, $p(x)$ का शून्यक है।

$$p(-2) = 2(-2)^3 + (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = -16 + 4 + 10 + 2 = -16 + 16 = 0$$

अतः -2, $p(x)$ का शून्यक है।

शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध :-

माना शून्यक $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = 1$, $\gamma = -2$

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{1}{2} + 1 - 2 = -1/2 = \frac{-x^2 \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{1}{2} \times 1 + 1 \times (-2) + (-2) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 2 - 1 = -5/2 = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$\alpha\beta\gamma = \frac{1}{2} \times 1 \times (-2) = -1 = -2/2 = \frac{-\text{अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

(ii) x^3-4x^2+5x-2 , $2, 1, 1$

$$p(2) = (2)^3 - 4(2)^2 + 5 \times 2 - 2 = 8 - 16 + 10 - 2 = 18 - 18 = 0$$

अतः 2, $p(x)$ का शून्यक है।

$$p(1) = (1)^3 - 4(1)^2 + 5 \times 1 - 2 = 1 - 4 + 5 - 2 = 6 - 6 = 0$$

अतः 1, $p(x)$ का शून्यक है।

इसलिए 2,1,1 के शून्यक हैं ।

शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध :-

माना शून्यक $\alpha = 2$ $\beta = 1$, $\gamma = 1$

$$\alpha + \beta + \gamma = 2+1+1 = 4 = 4/1 = \frac{-x^2 \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$\alpha \beta + \beta \gamma + \gamma \alpha = 2 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 2 = 2+1+2 = 5 = 5/1 = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$\alpha \beta \gamma = 2 \times 1 \times 1 = 2 = \frac{-\text{अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

प्रश्न 2. एक त्रिघात बहुपद प्राप्त कीजिए जिसके शून्यकों का योग, दो शून्यकों को एक साथ लेकर उनके गुणनफलों का योग तथा तीनों शून्यकों के गुणनफल क्रमशः 2, -7, -14 हैं ।

हल :- माना बहुपद ax^3+bx^2+cx+d तथा शून्यक क्रमशः α , β , γ हैं तो

हम जानते हैं कि

$$\alpha + \beta + \gamma = 2 = \frac{-x^2 \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}} = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha \beta + \beta \gamma + \gamma \alpha = -7 = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}} = \frac{c}{a}$$

$$\alpha \beta \gamma = -14 = \frac{-\text{अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}} = \frac{-d}{a}$$

अतः $a = 1$, $b = -2$, $c = -7$, $d = -14$

अतः त्रिघात बहुपद $x^3-2x^2-7x-14$ होगा ।

प्रश्न 3. यदि बहुपद x^3-3x^2+x+1 के शून्यक $a-b$, a , $a+b$ हों तो a और b ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना बहुपद x^3-3x^2+x+1 के शून्यक $\alpha = a-b$, $\beta = a$, $\gamma = a+b$

हम जानते हैं कि

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{-x^2 \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$(a-b)+a+(a+b) = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

$$3a = 3$$

$$a = 1$$

$$\alpha \beta \gamma = \frac{-\text{अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$(a-b)(a)(a+b) = -1$$

$$(1-b^2) = -1$$

$$b^2 = 2$$

$$b = \pm \sqrt{2}$$

$$\text{अतः } a = 1 \text{ तथा } b = \pm \sqrt{2}$$

प्रश्न 4. यदि बहुपद $x^4-6x^3-26x^2+138x-35$ के दो शून्यक $2\pm\sqrt{3}$ हो तो अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए ।

हल :- बहुपद $x^4-6x^3-26x^2+138x-35$ के दो शून्यक $2\pm\sqrt{3}$ हो तो

$(x-2+\sqrt{3})$ तथा $(x-2-\sqrt{3})$ इसके दो गुणनखण्ड होंगे ।

$(x-2+\sqrt{3})(x-2-\sqrt{3}) = x^2-4x+1$ इसका एक गुणनखण्ड होगा ।

$$\begin{array}{r}
 x^2-4x+1 \overline{) x^4-6x^3-26x^2+138x-35} \quad (x^2-2x-35 \\
 \underline{x^4-4x^3+x^2} \\
 -2x^3-27x^2+138x \\
 \underline{-2x^3+8x^2-2x} \\
 -35x^2+140x-35 \\
 \underline{-35x^2+140x-35} \\
 0 \text{ शेषफल}
 \end{array}$$

$$x^4-6x^3-26x^2+138x-35 = (x^2-4x+1)(x^2-2x-35)$$

$$= (x^2-4x+1)(x^2-7x+5x-35)$$

$$= (x^2-4x+1)[x(x-7) + 5(x-7)]$$

$$= (x^2-4x+1)(x-7)(x+5)$$

$$x-7 = 0 \text{ या } x+5 = 0$$

$$x = 7 \text{ या } -5$$

अतः इसके दो अन्य शून्यक 7 तथा -5 होंगे ।

प्रश्न 5. यदि बहुपद $x^4-6x^3+16x^2-25x+10$ को एक अन्य बहुपद x^2-2x+k से भाग दिया जाए और शेषफल $x+a$ आता हो तो k तथा a ज्ञात कीजिए ।

$$\text{हल :- भाज्य} = x^4-6x^3+16x^2-25x+10$$

$$\text{भाजक} = x^2-2x+k$$

$$\text{शेषफल} = x+a$$

$$\begin{array}{r}
 x^2-2x+k \quad \Big) \quad x^4-6x^3+16x^2-25x+10 \quad \Big(\quad x^2-4x+(8-k) \\
 \underline{x^4-2x^3+kx^2} \\
 -4x^3+(16-k)x^2-25x \\
 \underline{-4x^3+8x^2-4kx} \\
 (8-k)x^2-(25-4k)x+10 \\
 \underline{(8-k)x^2-(16-2k)x+(8k-k^2)} \\
 (-9+2k)x+(10-8k+k^2) \text{ शेषफल}
 \end{array}$$

क्योंकि शेषफल $x+a$ है तो तुलना करने पर

$$(-9+2k)x + (10-8k+k^2) = x+a$$

$$\text{अतः } -9+2k = 1$$

$$2k = 10$$

$$k = 5$$

$$\text{तथा } 10-8k+k^2 = a$$

$k = 5$ रखने पर

$$10 - 8 \times 5 + (5)^2 = a$$

$$10 - 40 + 25 = a$$

$$a = -5$$