

NCERT Class 10 Maths Exercise 2.3 solutions in hindi | कक्षा 10 गणित प्रश्नावली 2.2

इस प्रश्नावली में हम विभाजन एल्गोरिथ्म की सहायता से एक बहुपद में दूसरे बहुपद का भाग देकर भागफल व शेषफल ज्ञात करेंगे। हम जानते हैं कि **भाज्य = भाजक x भागफल + शेषफल**

विभाजन एल्गोरिथ्म के अनुसार यदि $p(x)$ और $q(x)$ कोई दो बहुपद हैं जहाँ $g(x) \neq 0$ हो तो हम बहुपद $q(x)$ और $r(x)$ ऐसे प्राप्त कर सकते हैं कि $p(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$ जहाँ $p(x) = \text{भाज्य}$, $g(x) = \text{भाजक}$, $q(x) = \text{भागफल}$, तथा $r(x) = \text{शेषफल}$ होगा।

NCERT Class 10 Maths Exercise 2.3 (प्रश्नावली 2.3)

प्रश्न 1. विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके, निम्न में $p(x)$ को $g(x)$ से भाग देने पर भागफल तथा शेषफल ज्ञात कीजिए।

(i) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$, $g(x) = x^2 - 2$

(ii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$, $g(x) = x^2 + 1 - x$

(iii) $p(x) = x^4 - 5x + 6$, $g(x) = 2 - x^2$

हल :- (i) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$, $g(x) = x^2 - 2$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 3} \quad (x-3) \\
 \underline{x^3 \quad - 2x} \\
 -3x^2 + 7x - 3 \\
 \underline{-3x^2 \quad + 6} \\
 7x - 9 \text{ शेषफल}
 \end{array}$$

अतः भागफल = $x-3$ तथा शेषफल = $7x-9$ प्राप्त हुआ।

(ii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$, $g(x) = x^2 + 1 - x$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - x + 1 \overline{) x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 4x + 5} \quad (x^2 + x - 3) \\
 \underline{x^4 - x^3 + x^2} \\
 x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\
 \underline{x^3 - x^2 + x} \\
 -3x^2 + 3x + 5 \\
 \underline{-3x^2 + 3x - 3} \\
 8 \text{ शेषफल}
 \end{array}$$

(iii) $p(x) = x^4 - 5x + 6$, $g(x) = 2 - x^2$

$$\begin{array}{r}
 -x^2 + 2 \overline{) x^4 + 0x^2 - 5x + 6} \quad \left(-x^2 - 2 \right. \\
 \underline{x^4 - 2x^2} \\
 - + \\
 \underline{2x^2 - 5x + 6} \\
 2x^2 - 4 \\
 \underline{- + 4} \\
 -5x + 10 \quad \text{शेषफल}
 \end{array}$$

अतः भागफल = $-x^2 - 2$ तथा शेषफल = $-5x + 10$ प्राप्त हुआ ।

प्रश्न 2. पहले बहुपद से दूसरे बहुपद को भाग करके, जांच कीजिए कि क्या प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणनखण्ड है ।

- (i) $t^2 - 3$, $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$
- (ii) $x^2 + 3x + 1$, $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$
- (iii) $x^2 - 3x + 1$, $x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$

हल :- (i) $t^2 - 3$, $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$

$$\begin{array}{r}
 t^2 - 3 \overline{) 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12} \quad \left(2t^2 + 3t + 4 \right. \\
 \underline{2t^4 - 6t^2} \\
 3t^3 + 4t^2 - 9t \\
 \underline{3t^3 - 9t} \\
 4t^2 - 12 \\
 \underline{4t^2 - 12} \\
 0 \quad \text{शेषफल}
 \end{array}$$

क्योंकि शेषफल 0 है अतः बहुपद $t^2 - 3$, बहुपद $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$ का एक गुणनखण्ड है ।

(ii) $x^2 + 3x + 1$, $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 3x + 1 \overline{) 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2} \quad \left(3x^2 - 4x + 2 \right. \\
 \underline{3x^4 + 9x^3 + 3x^2} \\
 -4x^3 - 10x^2 + 2x \\
 \underline{-4x^3 - 12x^2 - 4x} \\
 + + + \\
 \underline{2x^2 + 6x + 2} \\
 2x^2 + 6x + 2 \\
 \underline{- - -} \\
 0 \quad \text{शेषफल}
 \end{array}$$

क्योंकि शेषफल 0 है अतः बहुपद x^2+3x+1 , बहुपद $3x^4+5x^3-7x^2+2x+2$ का एक गुणनखण्ड है ।

(iii) x^2-3x+1 , $x^5-4x^3+x^2+3x+1$

$$\begin{array}{r} x^2-3x+1 \overline{) x^5-4x^3+x^2+3x+1} \left(x^2-1 \right. \\ \underline{x^5-3x^3+x^2} \\ -x^3+3x+1 \\ \underline{-x^3+3x-1} \\ + - + \end{array}$$

2 शेषफल

क्योंकि शेषफल 0 नहीं है अतः बहुपद x^2-3x+1 , बहुपद $x^5-4x^3+x^2+3x+1$ का एक गुणनखण्ड नहीं है ।

प्रश्न 3. $3x^4+6x^3-2x^2-10x-5$ के अन्य सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो शून्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$ और $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ हैं ।

हल:- $3x^4+6x^3-2x^2-10x-5$ के दो शून्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$ और $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ हैं तो $(x-\sqrt{\frac{5}{3}})$ तथा $(x+\sqrt{\frac{5}{3}})$ दो गुणनखण्ड होंगे ।

अतः $(x-\sqrt{\frac{5}{3}})(x+\sqrt{\frac{5}{3}}) = (x^2 - \frac{5}{3})$ इसका एक गुणखण्ड है ।

$$\begin{array}{r} x^2 - \frac{5}{3} \overline{) 3x^4+6x^3-2x^2-10x-5} \left(3x^2+6x+3 \right. \\ \underline{3x^4 \quad -5x^2} \\ 6x^3+3x^2-10x \\ \underline{6x^3 \quad -10x} \\ 3x^2 - 5 \\ \underline{3x^2 - 5} \\ - + \end{array}$$

0 शेषफल

$$\begin{aligned} \text{अतः } 3x^4+6x^3-2x^2-10x-5 &= (x^2 - \frac{5}{3})(3x^2+6x+3) \\ &= (x^2 - \frac{5}{3})(3x^2+3x+3x+3) \\ &= (x^2 - \frac{5}{3})[3x(x+1) + 3(x+1)] \\ &= (x^2 - \frac{5}{3})(3x+3)(x+1) \end{aligned}$$

इसलिए $3x^4+6x^3-2x^2-10x-5$ के शून्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$, $-\sqrt{\frac{5}{3}}$, -1 और -1 हैं ।

प्रश्न 4. यदि x^3-3x^2+x+2 को एक बहुपद $g(x)$ से भाग देने पर भागफल एवं शेषफल क्रमशः $x-2$ और $-2x+4$ हैं तो $g(x)$ ज्ञात कीजिए ।

हल :- हम जानते हैं कि भाज्य = भाजक x भागफल + शेषफल

$$\text{अतः } x^3 - 3x^2 + x + 2 = g(x)(x-2) + (-2x+4)$$

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 - (-2x+4) = g(x)(x-2)$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = g(x)(x-2)$$

$$g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{(x-2)}$$

$$\begin{array}{r} x-2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 3x - 2} \quad (x^2 - x + 1) \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ -x^2 + 3x \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ x - 2 \\ \underline{x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{अतः } g(x) = x^2 - x + 1$$

प्रश्न 5. बहुपदों $p(x)$, $g(x)$, $q(x)$ और $r(x)$ के ऐसे उदाहरण दीजिए जो विभाजन एल्गोरिथ्म को संतुष्ट करते हों तथा

(i) घात $p(x) = q(x)$ (ii) घात $q(x) = r(x)$ (iii) घात $r(x) = 0$

हल :- विभाजन एल्गोरिथ्म से $p(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$

(i) घात $p(x) = q(x)$

यह तभी संभव है जब भाजक की घात 0 हो अर्थात् भाजक अचर हो ।

$$\text{माना } p(x) = 2x^3 - 4x^2 + 15x + 15$$

$$g(x) = 2$$

$$\text{तो } q(x) = x^3 - 2x^2 + 7x + 2 \text{ तथा } r(x) = x + 1$$

(ii) घात $q(x) = r(x)$

$$\text{माना } p(x) = 4x^2 - 8x + 7$$

$$g(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$\text{तो } q(x) = 4 \text{ तथा } r(x) = 3$$

(iii) घात $r(x) = 0$

$$\text{माना } p(x) = 4x^2 - 8x + 7$$

$$g(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$\text{तो } q(x) = 4 \text{ तथा } r(x) = 3$$