



NCERT Exercise 3.6 class 10 maths | प्रश्नावली 3.6 कक्षा 10 गणित | class 10 math solutions में हम ऐसे समीकरणों के युग्मों के बारे में चर्चा करेंगे जो रैखिक नहीं हैं। इन्हें प्रतिस्थापन द्वारा हम रैखिक समीकरण युग्म में बदलकर हल जात करेंगे। इसे हम निम्न उदाहरण से समझते हैं -

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \quad \text{..... (1)}$$

$$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2 \quad \text{..... (2)}$$

यह समीकरण $ax+by+c = 0$ (रैखिक) रूप में नहीं है। हम समीकरण (1) व (2) में $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$ प्रतिस्थापित कर रैखिक बनाते हैं।

$$2p+3q = 13 \quad \text{..... (3)}$$

$$5p - 4q = -2 \quad \text{..... (4)}$$

समीकरण (3) व (4) को किसी भी बीजगणितीय विधि से हल करने पर $p = 2$ तथा $q = 3$ प्राप्त करते हैं।

क्योंकि $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$

तो $\frac{1}{x} = 2$ तथा $\frac{1}{y} = 3$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$$

NCERT Class 10 Maths Exercise 3.6 | प्रश्नावली 3.6

प्रश्न 1. निम्न समीकरणों के युग्मों को रैखिक समीकरणों के युग्म में बदल करके हल कीजिए।

(i) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 2 \quad \text{..... (1)}$

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{13}{6} \quad \text{..... (2)}$$

समीकरण (1) व (2) को रैखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$\frac{p}{2} + \frac{q}{3} = 2 \quad \text{..... (3)}$$

$$\frac{p}{3} + \frac{q}{2} = \frac{13}{6} \quad \text{..... (4)}$$

विलोपन विधि - p के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (3) को 2 से गुणा तथा समीकरण (4) को 3 से गुणा करने पर

$$p + \frac{2q}{3} = 4 \dots\dots\dots (5)$$

$$p + \frac{3q}{2} = \frac{13}{2} \dots\dots\dots (6)$$

समीकरण (5) में से समी. (6) घटाने पर

$$(p + \frac{2q}{3}) - (p + \frac{3q}{2}) = 4 - \frac{13}{2}$$

$$\frac{2q}{3} - \frac{3q}{2} = \frac{8-13}{2}$$

$$\frac{4q-9q}{6} = \frac{-5}{2}$$

$$\frac{-5q}{6} = \frac{-5}{2}$$

$$q = \frac{-5}{2} \times \frac{6}{-5}$$

$$q = 3$$

q का यह मान समी. (5) में रखने पर

$$p + \frac{2(3)}{3} = 4$$

$$p + 2 = 4$$

$$p = 2$$

क्योंकि $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$

तो $\frac{1}{x} = 2$ तथा $\frac{1}{y} = 3$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$$

अतः हल $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$

$$(ii) \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1 \dots\dots\dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को रैखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{\sqrt{x}} = p$ तथा $\frac{1}{\sqrt{y}} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$2p + 3q = 2 \dots\dots\dots (3)$$

$$4p - 9q = -1 \dots\dots\dots (4)$$

विलोपन विधि - q के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (3) को 3 से गुणा करने पर

$$6p + 9q = 6 \dots\dots\dots (5)$$

q का विलोपन करने के लिए समीकरण (4) व समीकरण (5) जोड़ने पर

$$(4p-9q) + (6p+9q) = -1 + 6$$

$$10p = 5$$

$$p = \frac{5}{10}$$

$$p = \frac{1}{2}$$

p का यह मान समीकरण (1) में रखने पर

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + 3q = 2$$

$$1 + 3q = 2$$

$$3q = 1$$

$$q = \frac{1}{3}$$

क्योंकि $\frac{1}{\sqrt{x}} = p$ तथा $\frac{1}{\sqrt{y}} = q$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \quad \text{तथा} \quad \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{x} = 2 \quad \text{तथा} \quad \sqrt{y} = 3$$

$$x = 4 \quad \text{तथा} \quad y = 9$$

अतः हल $x = 4$, $y = 9$

$$(iii) \quad \frac{4}{x} + 3y = 14 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{3}{x} - 4y = 23 \quad \dots\dots\dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को रेखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{x} = p$ प्रतिस्थापित करने पर

$$4p + 3y = 14 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$3p - 4y = 23 \quad \dots\dots\dots (4)$$

विलोपन विधि - y के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (3) को 4 से तथा समीकरण (4) को 3 से गुणा करने पर

$$16p + 12y = 56 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$9p - 12y = 69 \quad \dots\dots\dots (6)$$

y को विलोपित करने के लिए समीकरण (5) व (6) जोड़ने पर

$$(16p + 12y) + (9p - 12y) = 56 + 69$$

$$25p = 125$$

$$p = \frac{125}{25}$$

$$p = 5$$

समीकरण (3) में $p = 5$ रखने पर

$$4(5) + 3y = 14$$

$$20 + 3y = 14$$

$$3y = -6$$

$$y = \frac{-6}{3}$$

$$y = -2$$

क्योंकि $\frac{1}{x} = p$ अतः $\frac{1}{x} = 5$

$$x = \frac{1}{5}$$

अतः हल $x = \frac{1}{5}$, $y = -2$

$$(iv) \frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1 \dots\dots\dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को रेखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{x-1} = p$ तथा $\frac{1}{y-2} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$5p + q = 2 \dots\dots\dots (3)$$

$$6p - 3q = 1 \dots\dots\dots (4)$$

विलोपन विधि - q के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (3) को 3 से गुणा करने पर

$$15p + 3q = 6 \dots\dots\dots (5)$$

q को विलोपित करने के लिए समीकरण (4) व (5) जोड़ने पर

$$(6p-3q) + (15p+3q) = 1+6$$

$$21p = 7$$

$$p = \frac{7}{21}$$

$$p = \frac{1}{3}$$

समीकरण (3) में $p = \frac{1}{3}$ रखने पर

$$5\left(\frac{1}{3}\right) + q = 2$$

$$q = 2 - \frac{5}{3}$$

$$q = \frac{6-5}{3}$$

$$q = \frac{1}{3}$$

क्योंकि $\frac{1}{x-1} = p$ तथा $\frac{1}{y-2} = q$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{3} \quad \text{तथा} \quad \frac{1}{y-2} = \frac{1}{3}$$

$$x - 1 = 3 \quad \text{तथा} \quad y - 2 = 3$$

$$x = 4 \quad \text{तथा} \quad y = 5$$

अतः हल $x = 4, y = 5$

$$(v) \frac{7x-2y}{xy} = 5 \gg \frac{7}{y} - \frac{2}{x} = 5 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{8x+7y}{xy} = 15 \gg \frac{8}{y} + \frac{7}{x} = 15 \dots\dots\dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को रेखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$7q - 2p = 5 \dots\dots\dots (3)$$

$$8q + 7p = 15 \dots\dots\dots (4)$$

विलोपन विधि - p के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (3) को 7 से तथा समीकरण (4) को 2 से गुणा करने पर

$$49q - 14p = 35 \dots\dots\dots (5)$$

$$16q + 14p = 30 \dots\dots\dots (6)$$

q को विलोपित करने के लिए समीकरण (5) व (6) जोड़ने पर

$$(49q - 14p) + (16q + 14p) = 35 + 30$$

$$65q = 65$$

$$q = \frac{65}{65}$$

$$q = 1$$

समीकरण (3) में $q = 1$ रखने पर

$$7(1) - 2p = 5$$

$$2p = 7 - 5$$

$$2p = 2$$

$$p = \frac{2}{2}$$

$$p = 1$$

क्योंकि $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$

तो $\frac{1}{x} = 1$ तथा $\frac{1}{y} = 1$

$$x = 1, y = 1$$

अतः हल $x = 1, y = 1$

$$(vi) 6x+3y = 6xy \gg \frac{6x+3y}{xy} = 6 \gg \frac{6}{y} + \frac{3}{x} = 6 \dots\dots\dots (1)$$

$$2x+4y = 5xy \gg \frac{2x+4y}{xy} = 5 \gg \frac{2}{y} + \frac{4}{x} = 5 \dots\dots\dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को रेखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$6q + 3p = 6 \dots\dots\dots (3)$$

$$2q + 4p = 5 \dots\dots\dots (4)$$

विलोपन विधि - q के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (4) को 3 से गुणा करने पर

$$6q + 12p = 15 \dots\dots\dots (5)$$

q को विलोपित करने के लिए समीकरण (5) में से समीकरण (3) घटाने पर

$$(6q+12p) - (6q+3p) = 15 - 6$$

$$9p = 9$$

$$p = \frac{9}{9}$$

$$p = 1$$

समीकरण (3) में $p = 1$ रखने पर

$$6q + 3(1) = 6$$

$$6q = 3$$

$$q = \frac{3}{6}$$

$$q = \frac{1}{2}$$

क्योंकि $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$

$$\text{तो } \frac{1}{x} = 1 \text{ तथा } \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$$

$$x = 1, y = 2$$

अतः हल $x = 1, y = 2$

$$\text{(vii) } \frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4 \text{ (1)}$$

$$\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2 \text{ (2)}$$

समीकरण (1) व (2) को रैखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{x+y} = p$ तथा $\frac{1}{x-y} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$10p + 2q = 4 \text{ (3)}$$

$$15p - 5q = -2 \text{ (4)}$$

विलोपन विधि - q के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (3) को 5 से तथा समीकरण (4) को 2 से गुणा करने पर

$$50p + 10q = 20 \text{ (5)}$$

$$30p - 10q = -4 \text{ (6)}$$

q को विलोपित करने के लिए समीकरण (5) व (6) जोड़ने पर

$$(50p+10q) + (30p-10q) = 20 - 4$$

$$80p = 16$$

$$p = \frac{16}{80}$$

$$p = \frac{1}{5}$$

समीकरण (3) में $p = \frac{1}{5}$ रखने पर

$$10\left(\frac{1}{5}\right) + 2q = 4$$

$$2 + 2q = 4$$

$$2q = 4 - 2$$

$$q = \frac{2}{2}$$

$$q = 1$$

क्योंकि $\frac{1}{x+y} = p$ तथा $\frac{1}{x-y} = q$

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{5} \text{ तथा } \frac{1}{x-y} = 1$$

$$x+y = 5 \text{ (7) तथा } x-y = 1 \text{ (8)}$$

समीकरण (7) व (8) जोड़ने पर

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

समीकरण (7) में (8) घटाने पर

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

अतः हल $x = 3$, $y = 2$

$$\text{(viii) } \frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4} \text{ (1)}$$

$$\frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = \frac{-1}{8} \text{ (2)}$$

समीकरण (1) व (2) को रैखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{3x+y} = p$ तथा $\frac{1}{3x-y} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$p + q = \frac{3}{4} \text{ (3)}$$

$$\frac{p}{2} - \frac{q}{2} = \frac{-1}{8} \text{ (4)}$$

q के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (4) को 2 से गुणा करने पर

$$p - q = \frac{-1}{4} \text{ (5)}$$

समीकरण (3) व (5) जोड़ने पर

$$(p+q) + (p - q) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$2p = \frac{3-1}{4}$$

$$2p = \frac{2}{4}$$

$$p = \frac{1}{2 \times 2}$$

$$p = \frac{1}{4}$$

समीकरण (3) में $p = \frac{1}{4}$ रखने पर

$$\frac{1}{4} + q = \frac{3}{4}$$

$$q = \frac{3-1}{4}$$

$$q = \frac{1}{2}$$

क्योंकि $\frac{1}{3x+y} = p$ तथा $\frac{1}{3x-y} = q$

$$\frac{1}{3x+y} = \frac{1}{4} \quad \text{तथा} \quad \frac{1}{3x-y} = \frac{1}{2}$$

$$3x+y = 4 \quad \text{तथा} \quad 3x-y = 2$$

दोनों को जोड़ने पर

$$6x = 6$$

$$x = 1$$

तथा घटाने पर

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

अतः हल $x = 1$, $y = 1$

प्रश्न 2. निम्न समस्याओं को रैखिक समीकरण युग्म के रूप में व्यक्त कीजिए और फिर उनके हल ज्ञात कीजिए :

(i) रितु धारा के अनुकूल 2 घण्टे में 20 किमी. तैर सकती है और धारा के प्रतिकूल 2 घण्टे में 4 किमी. तैर सकती है । उसकी स्थिर जल में तैरने की चाल तथा धारा की चाल ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना रितु के स्थिर जल में तैरने की चाल x km/h तथा धारा की चाल y km/h है तो

रितु की धारा के अनुकूल तैरने की चाल = $(x+y)$ km/h

तथा धारा के प्रतिकूल तैरने की चाल = $(x-y)$ km/h

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

रितु धारा के अनुकूल 2 घण्टे में 20 km तैर सकती है तो धारा के अनुकूल चाल $(x+y) = \frac{20}{2}$

$$x + y = 10 \quad \text{..... (1)}$$

रितु धारा के प्रतिकूल 2 घण्टे में 4 km तैर सकती है तो धारा के प्रतिकूल चाल $(x-y) = \frac{4}{2}$

$$x - y = 2 \quad \text{..... (2)}$$

समीकरण (1) व (2) जोड़ने पर

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2}$$

$$x = 6$$

समीकरण (1) में $x = 6$ रखने पर

$$6 + y = 10$$

$$y = 4$$

अतः रितु की स्थिर जल में तैरने की चाल 6 km/h तथा धारा की चाल 4 km/h है ।

(ii) 2 महिलाएं एवं 5 पुरुष एक कसीदे के काम को साथ-साथ 4 दिन में पूरा कर सकते हैं, जबकि 3 महिलाएं एवं 6 पुरुष इसको 3 दिन में पूरा कर सकते हैं । ज्ञात कीजिए कि इसी कार्य को करने में एक अकेली महिला कितना समय लेगी । पुनः इसी कार्य को करने में एक पुरुष कितना समय लेगा ।

हल:- माना एक अकेली महिला को कार्य पूरा करने में x दिन तथा अकेले पुरुष को कार्य पूरा करने में y दिन लगते हैं तो एक महिला द्वारा एक दिन में किया गया कार्य = $\frac{1}{x}$

एक पुरुष द्वारा एक दिन में किया गया कार्य = $\frac{1}{y}$

यदि 2 महिलाएं एवं 5 पुरुष किसी कार्य को 4 दिन में पूरा करते हैं तो एक दिन में किया गया कार्य = $\frac{1}{4}$

$$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \dots\dots\dots (1)$$

इसी प्रकार 3 महिलाएं एवं 6 पुरुष किसी कार्य को 3 दिन में पूरा करते हैं तो एक दिन में किया गया कार्य = $\frac{1}{3}$

$$\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को रैखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$2p + 5q = \frac{1}{4} \dots\dots\dots (3)$$

$$3p + 6q = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (4)$$

समीकरण (3) को 3 से तथा समीकरण (4) को 2 से गुणा करने पर

$$6p + 15q = \frac{3}{4} \dots\dots\dots (5)$$

$$6p + 12q = \frac{2}{3} \dots\dots\dots (6)$$

समीकरण (5) में से (6) घटाने पर

$$(6p+15q) - (6p+12q) = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$$

$$3q = \frac{9-8}{12}$$

$$3q = \frac{1}{12}$$

$$q = \frac{1}{36}$$

समीकरण (4) में $q = \frac{1}{36}$ रखने पर

$$3p + 6\left(\frac{1}{36}\right) = \frac{1}{3}$$

$$3p + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$3p = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$3p = \frac{2-1}{6}$$

$$3p = \frac{1}{6}$$

$$p = \frac{1}{18}$$

क्योंकि $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$

तो $\frac{1}{x} = \frac{1}{18}$ तथा $\frac{1}{y} = \frac{1}{36}$

$$x = 18, y = 36$$

अतः किसी कार्य को करने में एक अकेली महिला को 18 दिन तथा एक अकेले पुरुष को 36 दिन का समय लगेगा ।

प्रश्न 3. रूही 300 km दूरी पर स्थित अपने घर जाने के लिए कुछ दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा कुछ दूरी बस द्वारा तय करती है । यदि वह 60 km रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष बस द्वारा यात्रा करती है तो उसे 4 घण्टे लगते हैं । यदि वह 100 km रेलगाड़ी से तथा शेष बस से यात्रा करे तो उसे 10 मिनट अधिक लगते हैं । रेलगाड़ी एवं बस की क्रमशः चाल ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना रेलगाड़ी की चाल x km/h तथा बस की चाल y km/h है ।

हम जानते हैं कि चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

पहली बार रेलगाड़ी से तय की गई दूरी = 60 km

रेलगाड़ी से यात्रा करने में लगा समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{60}{x}$ घण्टे

बस से तय की गई दूरी = 300 - 60 = 240 km

बस से यात्रा करने में लगा समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{240}{y}$ घण्टे

पहली बार यात्रा में लगा कुल समय = 4 घण्टे

$$\frac{60}{x} + \frac{240}{y} = 4 \dots\dots\dots (1)$$

दूसरी बार रेलगाड़ी से तय की गई दूरी = 100 km

रेलगाड़ी से यात्रा करने में लगा समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{100}{x}$ घण्टे

बस से तय की गई दूरी = 300 - 100 = 200 km

बस से यात्रा करने में लगा समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{200}{y}$ घण्टे

पहली बार यात्रा में लगा कुल समय = 4 घण्टे 10 मिनट = $4 + \frac{10}{60} = 4 + \frac{1}{6} = \frac{24+1}{6} = \frac{25}{6}$

$$\frac{100}{x} + \frac{200}{y} = \frac{25}{6} \quad \dots\dots\dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को रैखिक समीकरण में बदलने के लिए $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$ प्रतिस्थापित करने पर

$$60p + 240q = 4 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$100p + 200q = \frac{25}{6} \quad \dots\dots\dots (4)$$

समीकरण (3) को 5 से तथा समीकरण (4) को 3 से गुणा करने पर

$$300p + 1200q = 20 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$300p + 600q = \frac{25}{2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

समीकरण (5) में से (6) घटाने पर

$$(300p+1200q) - (300p+600q) = 20 - \frac{25}{2}$$

$$600q = \frac{40-25}{2}$$

$$600q = \frac{15}{2}$$

$$q = \frac{15}{2 \times 600}$$

$$q = \frac{1}{80}$$

समीकरण (3) में $q = \frac{1}{80}$ रखने पर

$$60p + 240\left(\frac{1}{80}\right) = 4$$

$$60p + 3 = 4$$

$$60p = 1$$

$$p = \frac{1}{60}$$

क्योंकि $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$

तो $\frac{1}{x} = \frac{1}{60}$ तथा $\frac{1}{y} = \frac{1}{80}$

$$x = 60, y = 80$$

अतः रेलगाड़ी की चाल 60 km/h तथा बस की चाल 80 km/h है ।