

NCERT Exercise 3.4 class 10 maths में हम रैखिक समीकरण युग्म को विलोपन विधि (बीजगणितीय विधि) से हल ज्ञात करेंगे ।

solankimaths.com

विलोपन विधि : इसे हम निम्न उदाहरण से समझते हैं - माना निम्न रैखिक समीकरण युग्म है

$$2x+3y = 8 \dots\dots\dots (i)$$

$$4x - 6y = 16 \dots\dots\dots (ii)$$

step (i) सर्वप्रथम हम किसी एक चर के गुणांको को समान बनाते हैं । y के गुणांको को समान करने के लिए समीकरण (i) को 2 से गुणा कीजिए । तब हम निम्नलिखित समीकरण प्राप्त करते हैं ।

$$4x + 6y = 16 \dots\dots\dots (iii)$$

step (ii) उसके बाद समान गुणांक वाले चर को विलुप्त करते हैं ।

अतः y को विलुप्त करने के लिए समीकरण (ii) व समीकरण (iii) को जोड़ते हैं ।

$$(4x-6y) + (4x+6y) = 16+16$$

$$8x = 32$$

$$x = \frac{32}{8}$$

$$x = 4$$

step (iii) x का यह मान समीकरण (i) में प्रतिस्थापित करने पर

$$2(4) + 3y = 8$$

$$8+3y = 8$$

$$3y = 8 - 8$$

$$3y = 0$$

$$y = 0$$

अतः हल $x = 4, y = 0$

NCERT Class 10 Maths Exercise 3.4 (प्रश्नावली 3.4)

प्रश्न 1. निम्न समीकरणों के युग्म को विलोपन विधि तथा प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए । कौन सी विधि अधिक उपयुक्त है ?

(i) $x+y = 5$ और $2x-3y = 4$

(ii) $3x+4y = 10$ और $2x-2y = 2$

(iii) $3x-5y-4 = 0$ और $9x = 2y+7$

(iv) $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$ और $x - \frac{y}{3} = 3$

हल :- (i) **विलोपन विधि** -

$$x+y = 5 \dots\dots\dots (i)$$

solankimaths.com

$$2x-3y = 4 \dots\dots\dots (ii)$$

y के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (i) को 3 से गुणा करने पर

$$3x+3y = 15 \dots\dots\dots (iii)$$

y को विलुप्त करने के लिए समीकरण (ii) व (iii) को जोड़ने पर

$$(2x-3y) + (3x+3y) = 4+15$$

$$5x = 19$$

$$x = \frac{19}{5}$$

x का यह मान समीकरण (i) में प्रतिस्थापित करने पर

$$\left(\frac{19}{5}\right) + y = 5$$

$$y = 5 - \frac{19}{5} = \frac{25-19}{5} = \frac{6}{5}$$

$$y = \frac{6}{5}$$

$$\text{अतः हल } x = \frac{19}{5}, y = \frac{6}{5}$$

प्रतिस्थापन विधि -

समीकरण (i) से $x+y = 5$

$$y = 5 - x \dots\dots\dots (iii)$$

y का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$2x - 3(5-x) = 4$$

$$2x - 15 - 3x = 4$$

$$5x = 4+15$$

$$x = \frac{19}{5}$$

x का यह मान समीकरण (iii) में प्रतिस्थापित करने पर

$$y = 5 - \frac{19}{5}$$

$$y = \frac{25-19}{5} = \frac{6}{5}$$

$$y = \frac{6}{5}$$

$$\text{अतः हल } x = \frac{19}{5}, y = \frac{6}{5}$$

विलोपन विधि अधिक उपयुक्त है ।

(ii) विलोपन विधि -

$$3x+4y = 10 \dots\dots\dots (i)$$

$$2x - 2y = 2 \dots\dots\dots (ii)$$

y के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (ii) को 4 से गुणा करने पर

$$4x - 4y = 4 \dots\dots\dots (iii)$$

y को विलुप्त करने के लिए समीकरण (ii) व (iii) को जोड़ने पर

$$(3x+4y) + (4x-4y) = 10+4$$

$$7x = 14$$

$$x = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

x का यह मान समीकरण (i) में रखने पर

$$3x+4y = 10$$

$$3(2) + 4y = 10$$

$$6 + 4y = 10$$

$$4y = 10 - 6$$

$$4y = 4$$

$$y = 1$$

अतः हल $x = 2, y = 1$

प्रतिस्थापन विधि -

समीकरण (ii) से

$$2x - 2y = 2$$

$$2x = 2+2y$$

$$2x = 2(1+y)$$

$$x = 1+y \dots\dots\dots (iii)$$

x का यह मान समीकरण (i) में प्रतिस्थापित करने पर

$$3(1+y) + 4y = 10$$

$$3 + 3y + 4y = 10$$

$$7y = 10 - 3$$

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

y का यह मान समीकरण (iii) में रखने पर

$$x = 1+y = 1+1$$

$$x = 2$$

अतः हल $x = 2, y = 1$

(iii) विलोपन विधि -

$$3x - 5y - 4 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$9x = 2y + 7 \dots\dots\dots (ii)$$

x के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (i) को 3 से गुणा करने पर

$$9x - 15y - 12 = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

x को विलुप्त करने के लिए समीकरण (iii) में से समीकरण (ii) घटाने पर

$$(9x-15y-12) - 9x = 0 - (2y+7)$$

$$-15y - 12 = -2y + 7$$

$$-15y + 2y = 12 - 7$$

$$-13y = 5$$

$$y = \frac{-5}{13}$$

y का यह मान समीकरण (i) में रखने पर

$$3x - 5\left(\frac{-5}{13}\right) - 4 = 0$$

$$3x + \frac{25}{13} - 4 = 0$$

$$3x = 4 - \frac{25}{13}$$

$$3x = \frac{52-25}{13}$$

$$3x = \frac{27}{13}$$

$$x = \frac{27}{13 \times 3} = \frac{9}{13}$$

$$x = \frac{9}{13}$$

$$\text{अतः हल } x = \frac{9}{13}, y = \frac{-5}{13}$$

प्रतिस्थापन विधि -

समीकरण (i) से

$$3x - 5y - 4 = 0$$

$$3x = 4+5y \dots\dots\dots (iii)$$

$$x = \frac{4+5y}{3}$$

x का यह मान समीकरण (ii) में प्रतिस्थापित करने पर

$$9\left(\frac{4+5y}{3}\right) = 2y+7$$

$$3(4+5y) = 2y+7$$

$$12+15y = 2y+7$$

$$13y = -5$$

$$y = \frac{-5}{13}$$

y का यह मान समीकरण (iii) में रखने पर

$$3x = 4 - \frac{25}{13}$$

$$3x = \frac{52-25}{13}$$

$$3x = \frac{27}{13}$$

$$x = \frac{27}{13 \times 3} = \frac{9}{13}$$

$$x = \frac{9}{13}$$

अतः हल $x = \frac{9}{13}$, $y = \frac{-5}{13}$

(iv) विलोपन विधि -

$$\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1 \dots\dots\dots (i)$$

$$x - \frac{y}{3} = 3 \dots\dots\dots (ii)$$

x के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (i) को 2 से गुणा करने पर

$$2\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{4y}{3} = -2$$

$$x + \frac{4y}{3} = -2 \dots\dots\dots (iii)$$

x को विलुप्त करने के लिए समीकरण (iii) में से समीकरण (ii) घटाने पर

$$\left(x + \frac{4y}{3}\right) - \left(x - \frac{y}{3}\right) = -2 - 3$$

$$\frac{4y}{3} + \frac{y}{3} = -5$$

$$\frac{4y+y}{3} = -5$$

$$\frac{5y}{3} = -5$$

$$y = \frac{-15}{5}$$

$$y = -3$$

y का यह मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$x - \left(\frac{-3}{3}\right) = 3$$

$$x + 1 = 3$$

$$x = 3 - 1$$

$$x = 2$$

अतः हल $x = 2, y = -3$

प्रतिस्थापन विधि -

समीकरण (ii) से

$$x - \frac{y}{3} = 3$$

$$x - 3 = \frac{y}{3}$$

$$3x - 9 = y \dots\dots\dots (iii)$$

y का यह मान समीकरण (i) में प्रतिस्थापित करने पर

$$\frac{x}{2} + \frac{2(3x-9)}{3} = -1$$

$$\frac{x}{2} + \frac{6x-18}{3} = -1$$

$$\frac{3x+2(6x-18)}{6} = -1$$

$$3x+12x-36 = -6$$

$$15x = 36 - 6$$

$$15x = 30$$

$$x = 2$$

x का यह मान समीकरण (iii) में रखने पर

$$y = 3(2) - 9$$

$$y = 6 - 9$$

$$y = -3$$

अतः हल $x = 2, y = -3$

प्रश्न 2. निम्न समस्याओं में रेखिक समीकरणों के युग्म बनाईए और उनके हल (यदि उनका अस्तित्व हो) विलोपन विधि से ज्ञात कीजिए ।

(i) यदि हम अंश में 1 जोड़ दें तथा हर में से 1 घटा दें तो भिन्न 1 में बदल जाती है । यदि हर में 1 जोड़ दें तो यह $\frac{1}{2}$ हो जाती है । वह भिन्न क्या है ?

हल :- माना भिन्न का अंश x तथा हर y है तो

प्रश्नानुसार $\frac{\text{अंश}+1}{\text{हर}-1} = 1$

$$\frac{x+1}{y-1} = 1$$

$$x+1 = y-1$$

$$x-y+2 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

तथा $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}+1} = \frac{1}{2}$

$$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$$

$$2x = y+1$$

$$2x-y+1 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

y के गुणांक समान हैं अतः y को विलोपित करने के लिए समीकरण (ii) में से समीकरण (i) घटाने पर

$$(2x-y-1) - (x-y+2) = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$

x का यह मान समीकरण (i) में रखने पर

$$3-y+2 = 0$$

$$5-y = 0$$

$$5 = y$$

अतः हल $x = 3, y = 5$

(ii) पांच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की आयु की तीन गुनी थी । दस वर्ष पश्चात नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी । नूरी और सोनू की आयु कितनी है ?

हल :- माना नूरी की वर्तमान आयु x वर्ष तथा सोनू की वर्तमान आयु y वर्ष है ।

तो प्रश्नानुसार पांच वर्ष पूर्व नूरी की आयु = $x-5$

पांच वर्ष पूर्व सोनू की आयु = $y-5$

$$x-5 = 3(y-5)$$

$$x - 5 = 3y - 15$$

$$x - 3y +10 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

दस वर्ष पश्चात नूरी की आयु = $x+10$

दस वर्ष पश्चात सोनू की आयु = $y+10$

$$x+10 = 2(y+10)$$

$$x+10 = 2y+20$$

$$x-2y-10 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

x के गुणांक समान हैं अतः x को विलोपित करने के लिए समीकरण (i) में से समीकरण (ii) घटाने पर

$$(x-3y+10) - (x-2y-10) = 0$$

$$-3y + 2y +10 +10 = 0$$

$$-y + 20 = 0$$

$$20 = y$$

y का यह मान समीकरण (i) में रखने पर

$$x - 3(20) + 10 = 0$$

$$x - 60 + 10 = 0$$

$$x - 50 = 0$$

$$x = 50$$

अतः नूरी की वर्तमान आयु 50 वर्ष तथा सोनू की वर्तमान आयु 20 वर्ष है ।

(iii) दो अंकों की संख्या के अंकों का योग 9 है । इस संख्या का 9 गुना, संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है । वह संख्या ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना संख्या का इकाई का अंक x तथा दहाई का अंक y है तो

संख्या के अंको का योग = 9

$$x+y = 9 \dots\dots\dots (i)$$

हम जानते हैं कि यदि दो अंकों वाली संख्या का इकाई व दहाई का अंक दिया हो तो

$$\text{वह संख्या} = \text{दहाई का अंक} \times 10 + \text{इकाई का अंक} \times 1$$

$$\text{संख्या} = y(10) + x$$

$$\text{संख्या} = x+10y$$

संख्या के अंक पलटने पर इकाई व दहाई के अंक पलट जाएंगे तो इस प्रकार बनी

$$\text{नई संख्या} = x(10) + y$$

$$\text{नई संख्या} = 10x+y$$

प्रश्नानुसार संख्या का 9 गुना = अंक पलटने पर बनी नई संख्या का 2 गुना

$$9(x+10y) = 2(10x+y)$$

$$9x+90y = 20x+2y$$

$$90y - 2y = 20x - 9x$$

$$88y = 11x$$

दोनों पक्षों में 11 का भाग देने पर

$$8y = x \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (ii) से x का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$(8y) + y = 9$$

$$9y = 9$$

$$y = 1$$

y का यह मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$x = 8(1)$$

$$x = 8$$

अतः इकाई का अंक 8 व दहाई का अंक 1

और वह संख्या = 81

(iv) मीना रु 2000 निकालने के लिए एक बैंक गई । उसने खंजाची से रु 50 तथा रु 100 के नोट देने के लिए कहा । मीना ने कुल 25 नोट प्राप्त किए तो ज्ञात कीजिए कि उसने रु 50 और रु 100 के कितने-कितने नोट प्राप्त किए ।

हल :- माना मीना ने रु 50 के x नोट तथा रु 100 के y नोट प्राप्त किए

नोटों की कुल संख्या = 25

$$x + y = 25 \dots\dots\dots (i)$$

मीना ने बैंक से कुल रु निकाले = 2000 रु

$$50x + 100y = 2000 \dots\dots\dots (ii) \quad (\text{क्योंकि 50 रु के नोटों की संख्या } x \text{ तथा 100 रु के नोटों की संख्या } y \text{ है})$$

x के गुणांक समान बनाने के लिए समीकरण (i) को 50 से गुणा करने पर

$$50x + 50y = 1250 \dots\dots\dots (iii)$$

x को विलोपित करने के लिए समीकरण (i) में से समीकरण (iii) घटाने पर

$$(50x + 100y) - (50x + 50y) = 2000 - 1250$$

$$50y = 750$$

$$y = \frac{750}{50}$$

$$y = 15$$

y का यह मान समीकरण (i) में रखने पर

$$x + 15 = 25$$

$$x = 25 - 15$$

$$x = 10$$

अतः रु 50 के नोटों की संख्या 10 तथा रु 100 के नोटों की संख्या 15 है ।

(v) किराए पर पुस्तकें देने वाले किसी पुस्तकालय का प्रथम तीन दिनों का एक नियत किराया है तथा उसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन का अलग किराया है । सरिता ने सात दिनों तक एक पुस्तक रखने के लिए रु 27 अदा किए, जबकि सूसी ने एक पुस्तक पांच दिनों तक रखने के लिए रु 21 अदा किए । नियत किराया तथा प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना पुस्तकालय का प्रथम तीन दिनों का नियत किराया x रु तथा प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया y रु है ।

सरिता ने 7 दिनों (नियत 3 दिन + 4 अतिरिक्त दिन) तक पुस्तक रखने के लिए रु अदा किए = 27

$$\text{अर्थात् } x + 4y = 27 \dots\dots\dots (i)$$

सूसी ने 5 दिनों (नियत 3 दिन + 2 अतिरिक्त दिन) तक पुस्तक रखने के लिए रु अदा किए = 21

$$x + 2y = 21 \dots\dots\dots (ii)$$

x के गुणांक समान हैं अतः x को विलोपित करने के लिए समीकरण (i) में से समीकरण (ii) घटाने पर

$$(x + 4y) - (x + 2y) = 27 - 21$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

y का यह मान समीकरण (i) में रखने पर

$$x + 4(3) = 27$$

$$x + 12 = 27$$

$$x = 27 - 12$$

$$x = 15$$

अतः पुस्तकालय का नियत किराया 15 रू तथा प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया 3 रू है ।

solankimaths.com