

Ncert class 10 maths exercise 4.1| Exercise 4.1 class 10 | Ncert maths solutions in hindi | प्रश्नावली 4.1 कक्षा 10 गणित में हम दी गई समीकरणों में द्विघात समीकरण की पहचान करेंगे। दिए गए कथनों के आधार पर द्विघात समीकरण का निर्माण करेंगे। solankimaths.com

द्विघात समीकरण - ऐसी समीकरण द्विघात समीकरण कहलाती है जिसमें x की उच्चतम घात 2 हो तथा समीकरण $ax^2+bx+c = 0$ रूप में परिवर्तित की जा सके, जहां a, b, c वास्तविक संख्याएं हैं। उदाहरण के लिए $2x^2+3x-4=0$, $x^2-1=0$, $4x-3x^2+5=0$ आदि सभी द्विघात समीकरण हैं।

द्विघात समीकरण का मानक रूप - $ax^2+bx+c = 0$, $a \neq 0$ द्विघात समीकरण का मानक रूप कहलाता है।

समीकरण का सरलीकरण कर द्विघात समीकरण में बदलना - इसे हम निम्न उदाहरण से समझते हैं -

समीकरण $(x-2)(x-1) = 0$ का सरलीकरण करने पर

$$x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$x^2 - x - 2x + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 2 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की है अतः यह द्विघात समीकरण है। solankimaths.com

Exercise 4.1 class 10 maths (प्रश्नावली 4.1)

प्रश्न 1. जांच कीजिए कि क्या निम्न द्विघात समीकरण हैं :

(i) $(x+1)^2 = 2(x-3)$

हल :- सरलीकरण करने पर

$$(x+1)^2 = 2(x-3)$$

$$x^2 + 2x + 1 = 2x - 3 \quad [\text{क्योंकि } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ सर्वसमिका के उपयोग से}]$$

$$x^2 + 2x + 1 - 2x + 3 = 0$$

$$x^2 + 7 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 2 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की है अतः यह द्विघात समीकरण है (नोट : यहां $b = 0$)।

(ii) $x^2-2x = (-2)(3-x)$

हल :- $x^2-2x = (-2)(3-x)$ सरलीकरण करने पर

$$x^2-2x = -6 + 2x$$

$$x^2 - 2x + 6 - 2x = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 2 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की है अतः यह द्विघात समीकरण है। solankimaths.com

(iii) $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$ सरलीकरण करने पर

solankimaths.com

$$x(x+1) - 2(x+1) = x(x+3) - 1(x+3)$$

$$x^2 + x - 2x - 2 = x^2 + 3x - x - 3$$

$$x^2 - x - 2 = x^2 + 2x - 3$$

$$x^2 - x - 2 - x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$-3x + 1 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 1 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की नहीं है अतः यह द्विघात समीकरण नहीं है ।

(iv) $(x-3)(2x+1) = x(x+5)$ सरलीकरण करने पर

$$x(2x+1) - 3(2x+1) = x^2 + 5x$$

$$2x^2 + x - 6x - 3 = x^2 + 5x$$

$$2x^2 - 5x - 3 = x^2 + 5x$$

$$2x^2 - 5x - 3 = x^2 + 5x$$

$$2x^2 - 5x - 3 - x^2 - 5x = 0$$

$$x^2 - 10x - 3 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 2 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की है अतः यह द्विघात समीकरण है ।

(v) $(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1)$ सरलीकरण करने पर

$$2x(x-3) - 1(x-3) = x(x-1) + 5(x-1)$$

$$2x^2 - 6x - x + 3 = x^2 - x + 5x - 5$$

$$2x^2 - 7x + 3 = x^2 + 4x - 5$$

$$2x^2 - 7x + 3 - x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$x^2 - 11x + 8 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 2 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की है अतः यह द्विघात समीकरण है ।

(vi) $x^2 + 3x + 1 = (x-2)^2$ सरलीकरण करने पर

$$x^2 + 3x + 1 = x^2 - 4x + 4 \text{ [क्योंकि } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ सर्वसमिका के उपयोग से]}$$

$$x^2 + 3x + 1 - x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$7x - 3 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 1 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की नहीं है अतः यह द्विघात समीकरण नहीं है ।

(vii) $(x+2)^3 = 2x(x^2-1)$ सरलीकरण करने पर

solankimaths.com

$$x^3 + (2)^3 + 6x(x+2) = 2x^3 - 2x \text{ [क्योंकि } (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \text{ सर्वसमिका के उपयोग से]}$$

$$x^3 + 8 + 6x^2 + 12x = 2x^3 - 2x$$

$$0 = 2x^3 - 2x - x^3 - 8 - 6x^2 - 12x$$

$$0 = x^3 - 6x^2 - 14x - 8$$

$$x^3 - 6x^2 - 14x - 8 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 3 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की नहीं है अतः यह द्विघात समीकरण नहीं है ।

(viii) $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x-2)^3$ सरलीकरण करने पर

$$x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - (2)^3 - 6x(x-2) \text{ [क्योंकि } (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \text{ सर्वसमिका के उपयोग से]}$$

$$x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 8 - 6x^2 + 12x$$

$$x^3 - 4x^2 - x + 1 - x^3 + 8 + 6x^2 - 12x = 0$$

$$2x^2 - 13x + 9 = 0$$

इस समीकरण में x की उच्चतम घात 2 है तथा यह $ax^2+bx+c = 0$ रूप की है अतः यह द्विघात समीकरण है ।

प्रश्न 2. निम्न स्थितियों को द्विघात समीकरणों के रूप में निरूपित कीजिए :

(i) एक आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल 528 m^2 है । क्षेत्र की लंबाई (मीटरों में) चौड़ाई के दूगुने से एक अधिक है । हमें भूखंड की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात करनी है ।

हल :- माना आयताकार भूखंड की चौड़ाई x मीटर है ।

$$\text{तो लंबाई} = 2(\text{चौड़ाई}) + 1$$

$$= 2x+1$$

हम जानते हैं कि आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल = लंबाई \times चौड़ाई

$$\text{अतः लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = 528 \text{ m}^2$$

$$(2x+1)x = 528$$

$$2x^2 + x = 528$$

$$2x^2 + x - 528 = 0$$

यह एक द्विघात समीकरण है जहां x (मीटर में) भूखंड की चौड़ाई है ।

(ii) दो क्रमागत धनात्मक पूर्णाकों का गुणनफल 306 है । हमें पूर्णाकों को ज्ञात करना है ।

हल :- माना दो क्रमागत धनात्मक पूर्णाक क्रमशः x और $x+1$ हैं ।

$$\text{पूर्णाकों का गुणनफल} = 306$$

$$x(x+1) = 306$$

$$x^2 + x = 306$$

$$x^2 + x - 306 = 0$$

यह एक द्विघात समीकरण है ।

(iii) रोहन की मां उससे 26 वर्ष बड़ी है। उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल अब से तीन वर्ष पश्चात 360 हो जाएगा। हमें रोहन की वर्तमान आयु ज्ञात करनी है।

solankimaths.com

हल :- माना रोहन की वर्तमान आयु x वर्ष है।

तो रोहन की मां की वर्तमान आयु = $x+26$

3 वर्ष पश्चात रोहन की आयु = $x+3$

3 वर्ष पश्चात रोहन की मां की आयु = $(x+26) + 3 = x+29$

3 वर्ष पश्चात दोनों की आयु का गुणनफल = 360

$$(x+3)(x+29) = 360$$

$$x(x+29) + 3(x+29) = 360$$

$$x^2 + 29x + x + 87 = 360$$

$$x^2 + 30x + 87 - 360 = 0$$

$$x^2 + 30x - 273 = 0$$

यह एक द्विघात समीकरण है जहां x (वर्ष में) रोहन की वर्तमान आयु है।

(iv) एक रेलगाड़ी 480 km की दूरी समान चाल से तय करती है। यदि इसकी चाल 8 km/h कम होती है तो यह उसी दूरी को तय करने में 3 घण्टे अधिक लेती है। हमें रेलगाड़ी की चाल ज्ञात करनी है।

हल :- माना रेलगाड़ी की चाल x km/h है तो 480 km तय करने में लगा समय = $\frac{480}{x}$ [क्योंकि समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$]

यदि रेलगाड़ी की चाल 8 km/h कम हो अर्थात् $(x-8)$ km/h हो तो 480 km दूरी तय करने में लगा समय = $\frac{480}{x-8}$

प्रश्नानुसार $\frac{480}{x-8} - \frac{480}{x} = 3$

$$\frac{480x - (x-8) \cdot 480}{x(x-8)} = 3$$

$$480x - 480(x-8) = 3x(x-8)$$

$$480x - 480x + 3840 = 3x^2 - 24x$$

$$3840 = 3x^2 - 24x$$

$$3840 = 3(x^2 - 8x)$$

$$x^2 - 8x = \frac{3840}{3}$$

$$x^2 - 8x = 1280$$

$$x^2 - 8x - 1280 = 0$$

यह एक द्विघात समीकरण है जहां x (km/h) रेलगाड़ी की चाल है।

solankimaths.com