

प्रश्नावली 4.3 कक्षा 10 गणित | Class 10 maths exercise 4.3 solutions in hindi

पूर्ण वर्ग बनाने की विधि से द्विघात समीकरण के मूल ज्ञात करना - इसे हम निम्न उदाहरण से समझते हैं ।

$$x^2-4x+2 = 0$$

पूर्ण वर्ग बनाने के लिए दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर [क्योंकि $(x-2)^2 = x^2-4x+4$]

$$x^2-4x+2+2 = 0+2$$

$$x^2-4x+4 = 2$$

$$(x-2)^2 = 2$$

$$x-2 = \pm\sqrt{2}$$

$$x = 2\pm\sqrt{2}$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल $2+\sqrt{2}$ तथा $2-\sqrt{2}$ हैं ।

द्विघाती सूत्र (श्री धराचार्य सूत्र)

द्विघात समीकरण $ax^2+bx+c = 0$

यदि $b^2-4ac \geq 0$ है तो मूलों का अस्तित्व होगा ।

द्विघात समीकरण के मूल $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

कक्षा 10 गणित प्रश्नावली 4.3

प्रश्न 1. यदि निम्नलिखित द्विघात समीकरणों के मूलों का अस्तित्व हो तो इन्हें पूर्ण वर्ग बनाने की विधि द्वारा ज्ञात कीजिए ।

(i) $2x^2-7x+3 = 0$

(ii) $2x^2+x-4 = 0$

(iii) $4x^2+4\sqrt{3}x+3 = 0$

(iv) $2x^2+x+4 = 0$

हल :- (i) $2x^2-7x+3 = 0$

x^2 का गुणांक 1 बनाने के लिए दोनों पक्षों को 2 से भाग करने पर

$$x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 - 2\left(\frac{7}{4}\right)x = -\frac{3}{2}$$

पूर्ण वर्ग बनाने के लिए दोनों पक्षों में $\left(\frac{7}{4}\right)^2$ जोड़ने पर

$$x^2 - 2\left(\frac{7}{4}\right)x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{49}{16}$$

$$\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{-24+49}{16}$$

$$\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$x - \frac{7}{4} = \pm \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{7}{4} \pm \frac{5}{4}$$

Click here for other exercise solutions

$$x = \frac{7}{4} + \frac{5}{4} \text{ या } x = \frac{7}{4} - \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{12}{4} \text{ या } x = \frac{2}{4}$$

$$x = 3 \text{ या } x = \frac{1}{2}$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल 3 व $\frac{1}{2}$ हैं ।

$$(ii) 2x^2+x-4 = 0$$

x^2 का गुणांक 1 बनाने के लिए दोनों पक्षों को 2 से भाग करने पर

$$x^2 + \frac{x}{2} - 2 = 0$$

$$x^2 + 2\left(\frac{1}{4}\right)x = 2$$

पूर्ण वर्ग बनाने के लिए दोनों पक्षों में $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ जोड़ने पर

$$x^2 + 2\left(\frac{1}{4}\right)x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = 2 + \frac{1}{16}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

$$x + \frac{1}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$x = -\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$x = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{33}}{4} \text{ या } x = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$x = \frac{-1+\sqrt{33}}{16} \text{ या } x = \frac{-1-\sqrt{33}}{16}$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल $\frac{-1+\sqrt{33}}{16}$ व $\frac{-1-\sqrt{33}}{16}$ हैं ।

$$(iii) 4x^2+4\sqrt{3}x+3 = 0$$

$$(2x)^2 + 2(2x)\sqrt{3} + 3 = 0$$

$$(2x)^2 + 2(2x)\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 0$$

$$(2x+\sqrt{3})^2 = 0$$

$$2x+\sqrt{3} = 0 \text{ या } 2x + \sqrt{3} = 0$$

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ या } x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ व $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ हैं ।

$$(iv) 2x^2+x+4 = 0$$

Click here for other exercise solutions

$$2x^2+x+4 = 0$$

x^2 का गुणांक 1 बनाने के लिए दोनों पक्षों को 2 से भाग करने पर

$$x^2 + \frac{x}{2} + 2 = 0$$

$$x^2 + 2\left(\frac{1}{4}\right)x = -2$$

पूर्ण वर्ग बनाने के लिए दोनों पक्षों में $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ जोड़ने पर

$$x^2 + 2\left(\frac{1}{4}\right)x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = -2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = -2 + \frac{1}{16}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{-32+1}{16}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{-31}{16} < 0$$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण में वास्तविक मूल का अस्तित्व नहीं है।

प्रश्न 2. उपर्युक्त प्रश्न 1 में दिए गए द्विघात समीकरणों के मूल, द्विघाती सूत्र का उपयोग करके ज्ञात कीजिए।

हल:- (i) $2x^2-7x+3 = 0$

$ax^2+bx+c = 0$ से तुलना करने पर

$$a = 2, b = -7, c = 3$$

$$b^2-4ac = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 49 - 24 = 25 \geq 0$$

$b^2-4ac \geq 0$ है अतः मूलों का अस्तित्व है।

द्विघाती सूत्र से $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2(2)} = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$x = \frac{7+5}{4} \text{ या } \frac{7-5}{4}$$

$$x = \frac{12}{4} \text{ या } \frac{2}{4}$$

$$x = 3 \text{ या } \frac{1}{2}$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल 3 व $\frac{1}{2}$ हैं।

(ii) $2x^2+x-4 = 0$

$ax^2+bx+c = 0$ से तुलना करने पर

$$a = 2, b = 1, c = -4$$

$$b^2-4ac = (1)^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 1+32 = 33 \geq 0$$

$b^2-4ac \geq 0$ है अतः मूलों का अस्तित्व है।

Click here for other exercise solutions

$$\text{द्विघाती सूत्र से } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2(2)} = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4} \text{ या } \frac{-1 - \sqrt{33}}{4}$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल $\frac{-1 + \sqrt{33}}{16}$ व $\frac{-1 - \sqrt{33}}{16}$ हैं ।

$$(iii) 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

$ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$$a = 4, b = 4\sqrt{3}, c = 3$$

$$b^2 - 4ac = (4\sqrt{3})^2 - 4 \times 4 \times 3 = 48 - 48 = 0 \geq 0$$

$b^2 - 4ac \geq 0$ है अतः मूलों का अस्तित्व है ।

$$\text{द्विघाती सूत्र से } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{0}}{2(4)} = \frac{-\sqrt{3} \pm 0}{2}$$

$$x = \frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ व $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ हैं ।

$$(iv) 2x^2 + x + 4 = 0$$

$ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$$a = 2, b = 1, c = 4$$

$$b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 2 \times 4 = 1 - 32 = -31 < 0$$

अतः मूलों का अस्तित्व नहीं है ।

प्रश्न 3. निम्न समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए ।

$$(i) x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$$

$$(ii) \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$$

हल :- (i) $x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$

$$\frac{x^2 - 1}{x} = 3$$

$$x^2 - 1 = 3x$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$a = 1, b = -3, c = -1$$

Click here for other exercise solutions

$$\text{द्विघाती सूत्र से } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ व $\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ हैं ।

$$(i) \quad (ii) \quad \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$$

$$\frac{(x-7) - (x+4)}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{x-7-x-4}{x^2-7x+4x-28} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{-11}{x^2-3x-28} = \frac{11}{30}$$

$$-11 \times 30 = 11(x^2-3x-28)$$

$$-30 = x^2-3x-28$$

$$0 = x^2-3x-28+30$$

$$x^2-3x+2 = 0$$

$$x^2-2x-x+2 = 0$$

$$x(x-2) - 1(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$x = 2 \text{ या } x = 1$$

अतः द्विघात समीकरण के मूल 2 व 1 हैं ।

प्रश्न 4. 3 वर्ष पूर्व रहमान की आयु (वर्षों में) का व्युत्क्रम और अब से 5 वर्ष पश्चात आयु के व्युत्क्रम का योग $\frac{1}{3}$ है ।
उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना रहमान की वर्तमान आयु x वर्ष है ।

$$3 \text{ वर्ष पूर्व रहमान की आयु} = x-3$$

$$5 \text{ वर्ष पश्चात रहमान की आयु} = x+5$$

$$\text{प्रश्नानुसार } \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{(x+5)+(x-3)}{(x-3)(x+5)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2x+2}{x^2+2x-1} = \frac{1}{3}$$

Click here for other exercise solutions

$$3(2x+2) = x^2+2x-15$$

$$6x+6 = x^2+2x-15$$

$$0 = x^2+2x-15-6x-6$$

$$0 = x^2-4x-21$$

$$x^2-7x+3x-21 = 0$$

$$x(x-7) +3(x-7) = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

$$x-7 = 0 \text{ या } x+3 = 0$$

$x = 7$ या $x = -3$ (यह संभव नहीं क्योंकि आयु ऋणात्मक नहीं होती)

अतः रहमान की वर्तमान आयु 7 वर्ष है ।

प्रश्न 5. एक क्लास टेस्ट में शेफाली के गणित और अंग्रेजी में प्राप्त किए गए अंकों का योग 30 है । यदि उसको गणित में 2 अंक अधिक और अंग्रेजी में 3 अंक कम मिले होते तो उनके अंकों का गुणनफल 210 होता । उसके द्वारा दोनों विषयों में प्राप्त किए अंक ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना शेफाली ने गणित में x अंक हासिल किए ।

तो अंग्रेजी में अंक प्राप्त किए = $30-x$

गणित में 2 अंक अधिक मिलते तो प्राप्त अंक = $x+2$

अंग्रेजी में 3 अंक कम मिलते तो प्राप्त अंक = $(30-x)-3 = 27-x$

अंकों का गुणनफल = 210

$$(x+2)(27-x) = 210$$

$$27x-x^2+54-2x = 210$$

$$-x^2+25x+54-210 = 0$$

$$-x^2+25x - 156 = 0$$

$$x^2 -25x +156 = 0$$

$$x^2-12x-13x+156 = 0$$

$$x(x-12) -13(x-12) = 0$$

$$(x-12)(x-13) = 0$$

$$x = 12 \text{ या } x = 13$$

यदि $x = 12$

यदि गणित में 12 अंक प्राप्त किए तो अंग्रेजी में प्राप्त अंक = 13 अंक

Click here for other exercise solutions

solankimaths.com

यदि $x = 13$

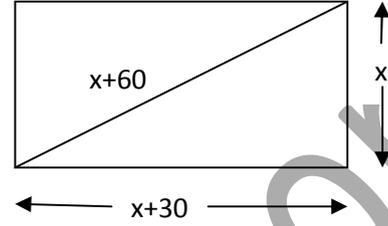
यदि गणित में 13 अंक प्राप्त किए तो अंग्रेजी में प्राप्त अंक = 12 अंक

प्रश्न 6. एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मी. अधिक लम्बा है। यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 30 मी. अधिक हो तो खेत की भुजाएं ज्ञात कीजिए।

हल :- माना आयत की छोटी भुजा की लंबाई x मी. है।

तो विकर्ण = $x+60$ मी.

तथा बड़ी भुजा = $x+30$ मी.



पाईथोगोरस प्रमेय के अनुसार

$$(\text{कर्ण})^2 = (\text{आधार})^2 + (\text{लम्ब})^2$$

$$(x+60)^2 = (x)^2 + (x+30)^2$$

$$x^2+120x+3600 = x^2 + x^2+60x+900$$

$$0 = x^2 + x^2+60x+900 - x^2-120x-3600$$

$$0 = x^2-60x-2700$$

$$x^2-60x-2700 = 0$$

$$x^2 -90x+30x-2700 = 0$$

$$x(x-90) +30(x-90) = 0$$

$$(x-90)(x+30) = 0$$

$$x = 90 \text{ या } x = -30 \text{ (यह संभव नहीं)}$$

अतः आयताकार खेत की छोटी भुजा की लंबाई = 90 मी.

तथा बड़ी भुजा की लंबाई = 120 मी.

प्रश्न 7. दो संख्याओं के वर्गों का अंतर 180 है। छोटी संख्या का वर्ग बड़ी संख्या का आठ गुना है। दोनों संख्याएं ज्ञात कीजिए।

हल :- माना बड़ी संख्या x है तथा छोटी संख्या y है।

छोटी संख्या का वर्ग = बड़ी संख्या का आठ गुना

$$y^2 = 8x \text{ (i)}$$

दोनों संख्याओं के वर्गों का अंतर = 180

$$x^2 - y^2 = 180$$

[Click here for other exercise solutions](#)

$$x^2 - 8x = 180 \quad (y^2 = 8x)$$

$$x^2 - 8x - 180 = 0$$

$$x^2 - 18x + 10x - 180 = 0$$

$$x(x-18) + 10(x-18) = 0$$

$$(x-18)(x+10) = 0$$

$$x = 18 \text{ या } x = -10 \text{ (यह संभव नहीं)}$$

$$\text{यदि बड़ी संख्या} = 18$$

$$\text{तो छोटी संख्या} = \sqrt{8(18)} = \sqrt{144} = \pm 12$$

प्रश्न 8. एक रेलगाड़ी समान चाल से 360 km की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 km/h अधिक होती, तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

हल:- माना रेलगाड़ी की चाल x km/h है।

$$\text{रेलगाड़ी द्वारा 360 km दूरी तय करने में लगा समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{360}{x} \text{ घंटा}$$

$$\text{यदि चाल 5 km/h अधिक अर्थात } x+5 \text{ होती तो लगा समय} = \frac{360}{x+5} \text{ घंटा}$$

$$\text{समय में अंतर} = 1 \text{ घंटा}$$

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$$

$$\frac{360(x+5) - 360x}{x(x+5)} = 1$$

$$\frac{360x + 1800 - 360x}{x^2 + 5x} = 1$$

$$1800 = x^2 + 5x$$

$$0 = x^2 + 5x - 1800$$

$$x^2 + 45x - 40x - 1800 = 0$$

$$x(x+45) - 40(x+45) = 0$$

$$(x-40)(x+45) = 0$$

$$x = 40 \text{ या } x = -45 \text{ (यह संभव नहीं)}$$

अतः रेलगाड़ी की चाल 45 km/h है।

प्रश्न 9. दो पानी के नल एक साथ एक हौज को $9\frac{3}{8}$ घंटों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल हौज को भरने में, कम व्यास वाले नल से 10 घंटे समय कम लेता है। प्रत्येक द्वारा अलग से हौज को भरने में समय ज्ञात कीजिए।

हल :- माना कम व्यास वाले नल को हौज को भरने में x घंटे समय लगता है

Click here for other exercise solutions

तो कम व्यास वाले नल द्वारा 1 घंटे में भरा गया हौज का भाग = $\frac{1}{x}$
 तथा अधिक व्यास वाले नल को हौज को भरने में लगा समय = $x-10$ घंटे
 तो अधिक व्यास वाले नल द्वारा 1 घंटे में भरा गया हौज का भाग = $\frac{1}{x-10}$
 दोनों नलों द्वारा एक साथ 1 घंटे में भरा गया हौज का भाग = $\frac{1}{9\frac{3}{8}}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-10} = \frac{1}{9\frac{3}{8}}$$

$$\frac{x-10+}{x(x-10)} = \frac{1}{\frac{75}{8}}$$

$$\frac{2x-10}{x^2-10x} = \frac{8}{75}$$

$$75(2x-10) = 8(x^2-10x)$$

$$150x - 750 = 8x^2 - 80x$$

$$0 = 8x^2 - 80x - 150x + 750$$

$$0 = 8x^2 - 230x + 750$$

$$8x^2 - 230x + 750 = 0$$

$$4x^2 - 115x + 375 = 0 \text{ (दोनों पक्षों में 2 का भाग करने में)}$$

$$4x^2 - 100x - 15x + 375 = 0$$

$$4x(x-25) - 15(x-25) = 0$$

$$(x-25)(4x-15) = 0$$

$$x = 25 \text{ या } x = \frac{15}{4}$$

अतः कम व्यास वाले नल द्वारा अकेले हौज को भरने में लगा समय = 25 घंटे

तथा अधिक व्यास वाले नल द्वारा अकेले हौज को भरने में लगा समय = $25-10 = 15$ घंटे

प्रश्न 10. मैसूर और बेंगलोर के बीच के 132 km यात्रा करने में एक एक्सप्रेस रेलगाड़ी, सवारी गाड़ी से 1 घंटा कम समय लेती है (मध्य स्टेशनों के मध्य ठहराव का समय ध्यान में न लिया जाए) यदि एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल, सवारी गाड़ी की औसत चाल से 11 km/h अधिक हो तो दोनों रेलगाड़ियों की औसत चाल ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना सवारी गाड़ी की औसत चाल x km/h है ।

तो एक्सप्रेस गाड़ी की औसत चाल = $x+11$ km/h

$$\text{सवारी गाड़ी द्वारा 132 km यात्रा करने में लगा समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{132}{x}$$

$$\text{तथा एक्सप्रेस गाड़ी द्वारा 132 km यात्रा करने में लगा समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{132}{x+11}$$

$$\text{प्रश्नानुसार } \frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$$

$$\frac{132(x+11)-132x}{x(x+11)} = 1$$

$$\frac{132x+1452-132x}{x^2+11x} = 1$$

Click here for other exercise solutions

$$\frac{1452}{x^2+11x} = 1$$

$$1452 = x^2+11x$$

$$0 = x^2+11x -1452$$

$$x^2+44x-33x-1452 = 0$$

$$x(x+44) -33(x+44) = 0$$

$$(x-33)(x+44) = 0$$

$$x = 33 \text{ या } x = -44$$

अतः सवारी गाड़ी की औसत चाल 33 km/h है ।

तथा एक्सप्रेस गाड़ी की औसत चाल = 33+11 = 44 km/h है ।

प्रश्न 11. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 468 m² है । यदि उनके परिमापों का अंतर 24 m है तो दोनों वर्गों की भुजाएं ज्ञात कीजिए ।

हल :- माना पहले वर्ग की भुजा की लंबाई x मीटर है ।

तथा दूसरे वर्ग की भुजा की लंबाई y मीटर है ।

वर्गों के परिमापों का अंतर = 24 मीटर

$$4x - 4y = 24$$

$$4(x-y) = 24$$

$$x-y = 6$$

$$x-6 = y \text{ (i)}$$

दोनों वर्गों के क्षेत्रफलों का योग = 468 m²

$$x^2 + y^2 = 468$$

$$x^2 + (x-6)^2 = 468 \text{ (समी. 1 से } y = x-6 \text{)}$$

$$x^2 + x^2 -12x + 36 = 468$$

$$2x^2 - 12x - 432 = 0$$

$$x^2 - 6x - 216 = 0 \text{ (दोनों पक्षों में 2 का भाग करने में)}$$

$$x^2 - 18x + 12x - 216 = 0$$

$$x(x-18) +12(x-18) = 0$$

$$(x-18)(x+12) = 0$$

$$x = 18 \text{ या } x = -12 \text{ (यह संभव नहीं)}$$

अतः पहले वर्ग की भुजा की लंबाई = 18 मीटर

तथा दूसरे वर्ग की भुजा की लंबाई = 18-6 = 12 मीटर

Click here for other exercise solutions