कक्षा 10 गणित सभी महत्वपूर्ण सूत्र

(नये पाठयक्रम 2023-24 के अनुसार)

पाठ-1 वास्तविक संख्याएँ

1. प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है ।
2. **दो संख्याओं का गुणनफल = म.स. (HCF) X ल.स. (LCM)**
3. दो अभाज्य संख्याओं का म.स. (HCF) 1 होता है तथा ल.स. उन संख्याओं के गुणनफल के बराबर होता है अर्थात यदि p और q दो अभाज्य संख्याऐं हैं तो इनका HCF 1 होगा तथा LCM pq होगा ।

पाठ-2 बहुपद

1. **बहुपद की घात :-** किसी बहुपद p(x) में चर x की उच्चतम घात, बहुपद की घात कहलाती है ।

   जैसे – बहुपद $3x^3 - 2x^2 + 5x + 1$ में चर x की उच्चतम घात 3 है इसलिए इस बहुपद की घात भी 3 है ।
2. **रैखिक बहुपद :-** घात 1 के बहुपद को रैखिक बहुपद कहते हैं । उदाहरण – 3x+2, 4x-3 इत्यादि
3. **द्विघात बहुपद :-** घात 2 के बहुपद को द्विघात बहुपद कहते हैं । उदाहरण - $4x^2 + 4x + 1$, $x^2 - 2x + 1$ इत्यादि
4. **त्रिघात बहुपद :-** घात 3 के बहुपद को त्रिघात बहुपद कहते हैं । उदाहरण - $2-x^3$, $x^3 - x^2 + 3$ इत्यादि
5. **बहुपद के शुन्यक** :- यदि बहुपद p(x) में x का मान k रखने पर बहुपद का मान शुन्य हो जाता है तो k उस बहुपद का शुन्यक कहलाता है ।

अर्थात यदि बहुपद p(x) में x = k रखने पर p(k) = 0 होता है तो यह वास्तविक संख्या k बहुपद का शुन्यक कहलाता है ।

नोट :- जितनी बहुपद की घात होती है उस बहुपद के उतने ही शुन्यक होते हैं ।

6. **द्विघात बहुपद के शुन्यकों एवं गुणाकों में सम्बन्ध** – यदि द्विघात बहुपद $p(x) = ax^2+bx+c$ के शुन्यक α व β हैं तो

$$\text{शुन्यकों का योग} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{अर्थात } \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$\text{शुन्यकों का गुणनफल} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{अर्थात } \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

7. **यदि द्विघात बहुपद के शुन्यक दिए हों तो बहुपद ज्ञात करना** - यदि द्विघात बहुपद के शुन्यक α व β हैं तो

$$\text{बहुपद } p(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

इसके बाद इसे सरल रैखीय रूप में बदल लें ।

पाठ-3 दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

1. **दो चर वाले रैखिक समीकरण :-** ax + by + c = o
2. **दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म के हलों की प्रकृति** :-

यदि समीकरण युग्म

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ है तो}$$

अनुपातों की तुलना करने पर

अनुपातों की तुलना	निरूपित रेखाऐं	बीजगणितीय हल	संगत/असंगत
1. $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	प्रतिच्छेदी रेखाऐं	केवल एक ही हल अर्थात अद्वितीय हल	संगत
2. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	समान्तर रेखाऐं	कोई हल नहीं	असंगत
3. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	संपाती रेखाऐं	अपरिमित रूप से अनेक हल	संगत

3. **दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म को हल करने की विधियाँ** :-
   (i) ग्राफीय विधि
   (ii) बीजगणितीय विधि
   (A) विस्थापन विधि
   (B) विलोपन विधि

पाठ-4 द्विघात समीकरण

1. **द्विघात समीकरण :-** वह समीकरण जिसमें चर x की उच्चतम घात 2 होती है, द्विघात समीकरण कहलाती है ।
   उदाहरण :- $x^2 + 2x + 1 = 0$, $x^2 - 9 = 0$ इत्यादि ।
2. **द्विघात समीकरण का मानक रूप** :- $ax^2 + bx + c = 0$, जहाँ a, b और c अचर हैं ।
3. **द्विघात समीकरण के मूल ज्ञात करना** :- द्विघात समीकरण के दो मूल होते हैं, इन्हे निम्न विधियों से हल करते हैं ।
   (i) गुणनखण्ड विधि :- इसे हम निम्न उदाहरण से समझते हैं ।

$$x^2+5x+6 = 0$$

चरण I - सबसे पहले x^2 का गुणांक तथा अचर पद का गुणनफल करते हैं ।

x^2 का गुणांक x अचर पद = 1x6 = 6

चरण II - अब x के गुणांक 5 को ऐसी दो संख्याओं के रूप में लिखते हैं जिनका गुणा करने पर 6 (x^2 का गुणांक x अचर पद) आए तथा योग करने पर 5 (x का गुणांक) आए ।

x^2 + 5x + 6 = 0

5 **(x का गुणांक)**

\+

2 x 3 = 6 **(x^2 का गुणांक x अचर पद)**

चरण III - $x^2+5x+6 = 0$

$x^2+2x+3x+6 = 0$

$x(x+2) +3(x+2) = 0$

$(x+3)(x+2) = 0$

$x+3 = 0$ या $x+2 = 0$

$x = -3$ या $x = -2$

अत: द्विघात समीकरण के मूल -3 और -2 हैं ।

(ii) द्विघाती सूत्र (श्रीधराचार्य विधि) :-

यदि द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ है तो

द्विघात समीकरण के मूल $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

4. **<u>द्विघात समीकरण के मूलों की प्रकृति ज्ञात करना</u>** :-

यदि द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ है तो मूलों की प्रकृति होगी –

(i) यदि $b^2-4ac > 0$ है तो मूल वास्तविक व भिन्न-भिन्न होंगे ।

(ii) यदि $b^2-4ac = 0$ है तो मूल वास्तविक व बराबर होंगे ।

(iii) यदि $b^2-4ac < 0$ है तो कोई मूल वास्तविक नहीं होगा ।

पाठ-5 समान्तर श्रेढ़ियाँ :-

1. **<u>समान्तर श्रेढ़ी का प्रथम पद a तथा सार्वअन्तर d</u> :-** समान्तर श्रेढ़ी का पहला पद, स.श्रे. का प्रथम पद a कहलाता है। स.श्रे. का सार्वअन्तर d, किसी भी पद में उसके पीछे वाला पद घटाकर ज्ञात किया जा सकता है ।
2. **<u>समान्तर श्रेढ़ी का n वां पद</u>** :-

   यदि A.P. का प्रथम पद a तथा सार्वअन्तर d है तो
   समान्तर श्रेढ़ी का n वां पद ज्ञात करने का सूत्र

   $$a_n = a + (n-1)d$$

3. **<u>समान्तर श्रेढ़ी के प्रथम n पदों का योग</u>** :-

   $$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

   या $$S_n = \frac{n}{2}[a + \ell]$$

<u>शब्दावली :-</u>

प्रथम पद	=	a
सार्वअन्तर	=	d
पदों की संख्या	=	n
n वां पद	=	a_n
अंतिम पद	=	ℓ
पदों का योग	=	S_n

पाठ- 6 त्रिभुज :-

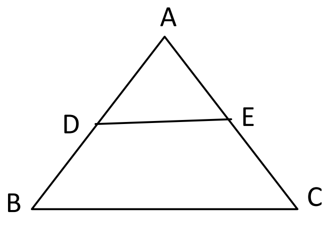
1. **<u>समरूप आकृतियाँ</u> –** समरूप से तात्पर्य समान रूप से है अर्थात वे आकृतयाँ जिनका रूप या आकार समान होता है , समरूप आकृतियाँ कहलाती हैं ।
   समरूपता के लिए ~ प्रतीक का उपयोग किया जाता है ।
2. **<u>सर्वांगसम आकृतियाँ</u> –** सर्वांगसम से तात्पर्य सभी अंग समान से है अर्थात वे आकृतियाँ जिनका रूप / आकार समान होने के साथ-साथ इनके सभी माप भी समान हों , सर्वांगसम आकृतियाँ कहलाती हैं ।
   सर्वांगसमता के लिए ≅ प्रतीक का उपयोग किया जाता है ।
   नोट:- सभी सर्वांगसम आकृतियाँ समरूप होती हैं परन्तु इसके विपरीत सभी समरूप आकृतियाँ सर्वांगसम नहीं होती हैं ।
3. **<u>समरूप त्रिभुज</u>** :- दो त्रिभुज ($\Delta ABC \sim \Delta PQR$) समरूप होते हैं यदि

   (i) उनके संगत कोण बराबर होते हैं । ($\angle A = \angle P,\ \angle B = \angle Q$ और $\angle C = \angle R$)

   (ii) उनकी संगत भुजाऐं एक ही अनुपात में हों अर्थात समानुपाती हों ।

   अर्थात $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

4. **<u>आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय</u> :–** यदि निम्न आकृति के अनुसार ΔABC व ΔADE समरूप हैं तो



(i) DE II BC

(ii) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ होता है ।

नोट:- इसका विलोम भी सत्य है ।

5. **त्रिभुजों की समरूपता के लिए कसौटियाँ** :-
   (i) AAA (तीनों संगत कोण बराबर हों)
   (ii) AA (दो संगत कोण बराबर हों)
   (iii) SSS (तीनों संगत भुजाऐं समानुपाती हों)
   (iv) SAS (एक संगत कोण बराबर तथा दो संगत भुजाऐं समानुपाती हों)

पाठ- 7 निर्देशांक ज्यामिति :-

1. **मूल बिन्दु** :- X-अक्ष तथा Y-अक्ष जहाँ प्रतिच्छेद करते हैं , मूल बिन्दु कहलाता है । इसके निर्देशांक (0,0) होते हैं ।
2. **भुज तथा कोटि** :- किसी बिन्दु (x, y) का x निर्देशांक भुज तथा y निर्देशांक कोटि कहलाता है ।
   x अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु का कोटि का मान शुन्य होता है तथा Y-अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु का भुज का मान शुन्य होता है ।
3. **दो बिन्दुओं के मध्य दूरी का सूत्र** :-

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

4. **किसी बिन्दु की मूल बिन्दु से दूरी** :-

$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$

5. **विभाजन सूत्र** :-

$$x = \frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \quad y = \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}$$

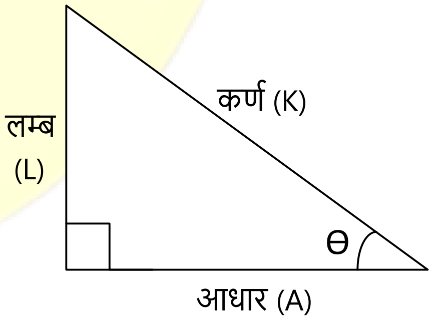
6. **मध्य बिन्दु के निर्देशांक** :-

$$x = \frac{x_1+x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1+y_2}{2}$$

पाठ- 8 त्रिकोणमिति का परिचय :-

1. **समकोण त्रिभुज** :- ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण समकोण होता है, समकोण त्रिभुज कहलाता है।

यदि θ न्यून कोण है तो
कर्ण :- समकोण त्रिभुज की सबसे लम्बी भुजा कर्ण कहलाती है ।
लम्ब :- न्यून कोण θ के सामने वाली भुजा लम्ब कहलाती है ।
आधार :- कर्ण तथा न्यून कोण θ के साथ वाली भुजा आधार कहलाती है।



पाइथोगोरस प्रमेय के अनुसार

(कर्ण)² = (आधार)² + (लम्ब)²

2. **त्रिकोणमितीय अनुपात** :-

Hint :- $\frac{LAL\text{ (लाल)}}{KKA\text{ (कका)}}$

sinθ	cosθ	tanθ
L	**A**	**L**
K	**K**	**A**
cosecθ	secθ	cotθ

शब्दावली :-
लम्ब = L
आधार = A
कर्ण = K

$\sin\theta = \frac{L}{K}$, $\cos\theta = \frac{A}{K}$, $\tan\theta = \frac{L}{A}$

$\text{cosec}\,\theta = \frac{K}{L}$, $\sec\theta = \frac{K}{A}$, $\cot\theta = \frac{A}{L}$

3. **व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय अनुपात** :-

$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$, $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

4. **tanθ व cotθ का मान** :-

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

5. **कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात** :-

θ	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sinθ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosθ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tanθ	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
cotθ	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
secθ	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
cosecθ	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

6. **त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ** :-

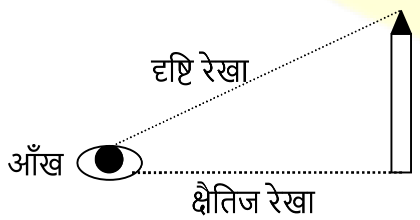
(i) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(ii) $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

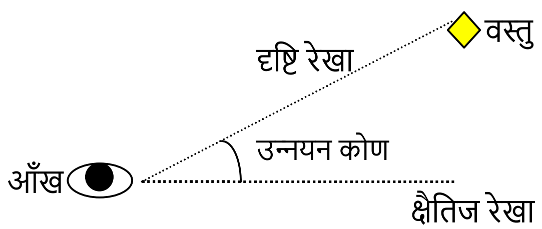
(iii) $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

पाठ- 9 त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग :-

1. **दृष्टि रेखा** :- प्रेक्षक की आँख को वस्तु से मिलाने वाली रेखा दृष्टि रेखा कहलाती है ।



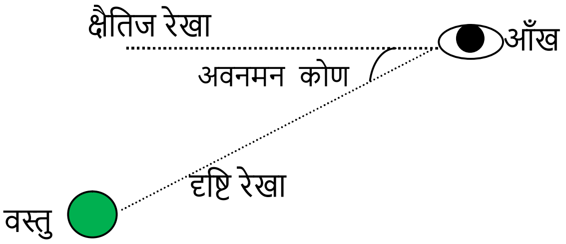
2. **उन्नयन कोण** :- यदि कोई वस्तु हमारी आँख से उपर होती है अर्थात दृष्टि रेखा, क्षैतिज रेखा से उपर होती है तो इनके मध्य बनने वाला कोण उन्नयन कोण कहलाता है ।



solankimaths.com

3. **<u>अवनमन कोण</u>** :- यदि कोई वस्तु हमारी आँख से नीचे होती है अर्थात दृष्टि रेखा, क्षैतिज रेखा से नीचे होती है तो इनके मध्य बनने वाला कोण अवनमन कोण कहलाता है ।

solankimaths.com

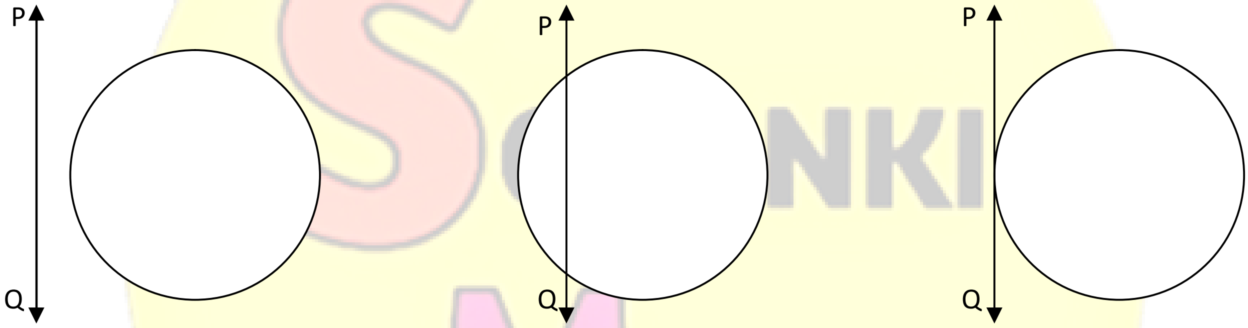


नोट:- अवनमन कोण = उन्नयन कोण

<u>पाठ- 10 वृत</u> :-

1. **<u>वृत की अप्रतिच्छेदी रेखा / छेदक रेखा / स्पर्श रेखा</u>** :-

(i) अप्रतिच्छेदी रेखा (ii) छेदक रेखा (iii) स्पर्श रेखा



वह रेखा जो वृत को किसी भी बिन्दु पर प्रतिच्छेद नहीं करती **अप्रतिच्छेदी रेखा** कहलाती है ।

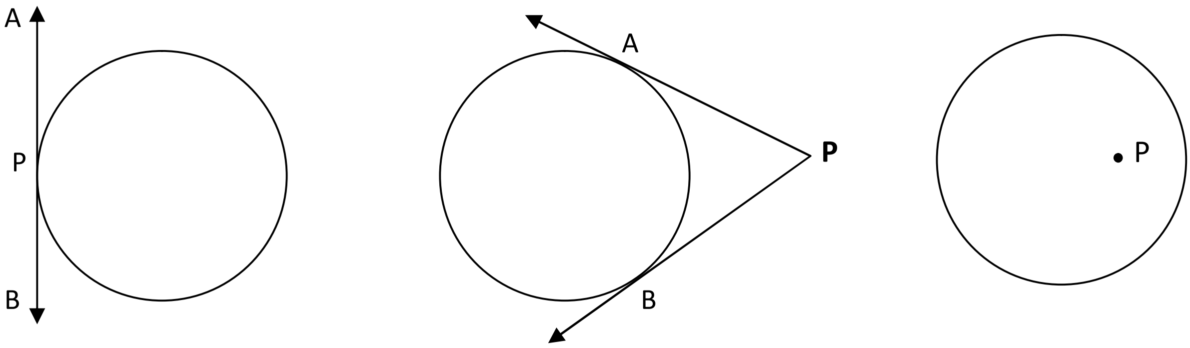
वह रेखा जो वृत को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है, **छेदक रेखा** कहलाती है।

वह रेखा जो वृत को केवल एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद या स्पर्श करती है, **स्पर्श रेखा** कहलाती है ।

2. **<u>वृत की स्पर्श रेखाओं की संख्या</u>** :- वृत पर अनन्त स्पर्श रेखाऐं खींची जा सकती हैं । परन्तु

(i) वृत पर स्थित किसी एक बिन्दु P से वृत पर एक और केवल एक स्पर्श रेखा खींची जा सकती है ।
(ii) वृत के बाहर स्थित बिन्दु P से केवल दो स्पर्श रेखाऐं खींची जा सकती हैं ।
(iii) वृत के अन्दर स्थित बिन्दु P से शुन्य स्पर्श रेखाऐं खींची जा सकती हैं ।

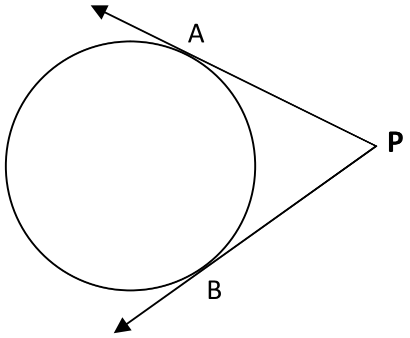
(i) (ii) (iii)



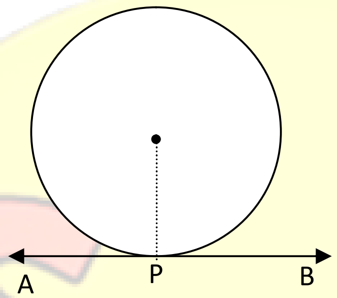
स्पर्श रेखाओं की संख्या = 1 स्पर्श रेखाओं की संख्या = 2 स्पर्श रेखाओं की संख्या = 0

3. **<u>प्रमेय 1</u>** :- बाह्य बिन्दु से वृत पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाईयां बराबर होती हैं ।

PA = PB



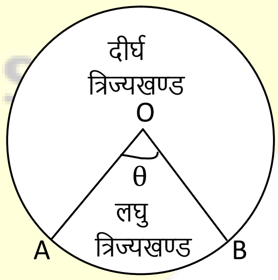
4. **<u>प्रमेय 2</u>** :- वृत के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है ।



<u>पाठ- 11 वृतों से संबंधित क्षेत्रफल</u> :-

1. **<u>वृत की परिधि और क्षेत्रफल</u>** :- **वृत की परिधि = $2\pi r$** **वृत का क्षेत्रफल = πr^2**

2. **<u>वृत के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल</u>** :-



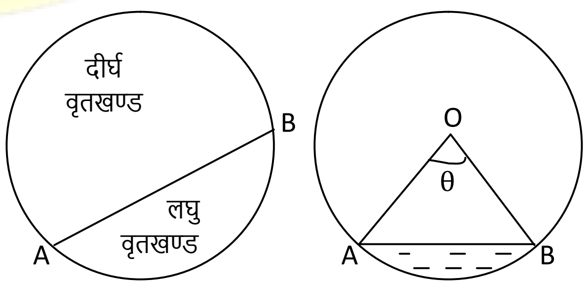
कोण θ वाले त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2 \theta}{360}$

कोण θ वाले त्रिज्यखण्ड के संगत चाप AB की लम्बाई = $\frac{2\pi r \theta}{360}$

दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = πr^2 **–** लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

3. **<u>वृत के वृतखण्ड का क्षेत्रफल</u>** :-

वृतखण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल - ΔOAB का क्षे.

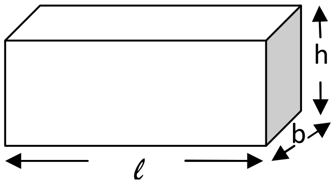


वृतखण्ड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2 \theta}{360}$ - $\frac{1}{2} r^2 sin\theta$

दीर्घ वृतखण्ड का क्षेत्रफल = πr^2 **–** लघु वृतखण्ड का क्षेत्रफल

पाठ- 12 पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन :-

1. **घनाभ**:-

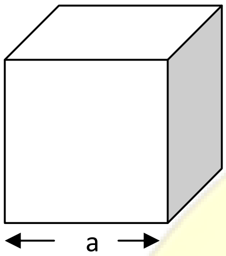


घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(ल.xचौ. + चौ.xऊ. + ऊ.xल.)

घनाभ का आयतन = ल. x चौ. x ऊ.

ℓ = लम्बाई , b = चौड़ाई तथा h = ऊंचाई

2. **घन** :-

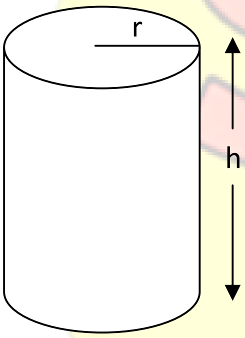


घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6 x a^2

घन का आयतन = a^3

a = किनारा

3. **लम्बवृतीय बेलन** :-

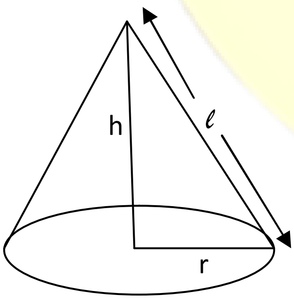


बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r\,(r + h)$

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

4. **शंकु** :-

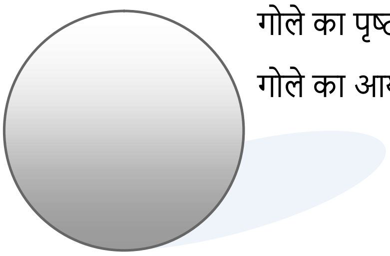


शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(r + l)$

शंकु का आयतन = $\frac{\pi r^2 h}{3}$

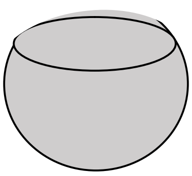
5. **गोला** :-



गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

6. **अर्द्धगोला** :-



अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठिय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठिय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$

अर्द्धगोले का आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3$

पाठ- 13 सांख्यिकी :-

1. **माध्य** :- अवर्गीकृत आंकड़ों के लिए

$$\text{माध्य} = \frac{\text{आंकड़ों का योग}}{\text{आंकड़ों की संख्या}}$$

वर्गीकृत आंकड़ों के लिए (प्रत्यक्ष विधि)

$$\text{माध्य} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

कल्पित माध्य विधि से

$$\text{माध्य} = a + \frac{\sum fd}{\sum f}$$ जहाँ **a = कल्पित माध्य** तथा **$d = x_i - a$**

पग विचलन विधि से

$$\text{माध्य} = a + \frac{\sum fu}{\sum f} \times h$$ जहाँ **a = कल्पित माध्य** तथा **u** = $\frac{x_i - a}{h}$

2. **माध्यक** :-

$$\text{माध्यक} = \ell + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times h$$

जहाँ ℓ = माध्यक वर्ग की निम्न सीमा
N = प्रेक्षणों की संख्या
cf = माध्यक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की संचयी बारम्बारता
f = माध्यक वर्ग की बारम्बारता
h = वर्ग माप

3. **बहुलक** :-

$$\text{बहुलक} = \ell + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

जहाँ ℓ = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा
h = वर्ग माप
f_1 = बहुलक वर्ग की बारम्बारता
f_0 = बहुलक वर्ग ठीक पहले वाले वर्ग की बारम्बारता
f_2 = बहुलक वर्ग ठीक बाद वाले वर्ग की बारम्बारता

पाठ- 14 प्रायिकता :-

1. **प्रायिकता** :-

$$\text{प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{घटना } E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}}$$

2. **घटना E के घटित नहीं होने की प्रायिकता** :- $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$
3. **प्रायिकता का मान** :- $0 \leq P(E) \leq 1$
4. असंभव घटना की प्रायिकता का मान 0 होता है ।
5. किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग 1 होता है ।
6. लीप वर्ष में 366 दिन तथा अलीप वर्ष में 365 दिन होते हैं ।