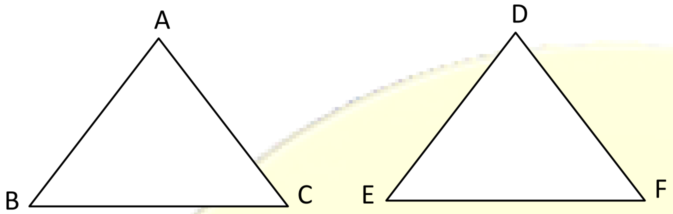
प्रश्नावली 6.3 कक्षा 10 गणित समाधान | Class 10 maths exercise 6.3 solutions in hindi

प्रश्नावली 6.3 कक्षा 10 गणित में हम त्रिभुजों की समानुपातिकता के लिए कसौटीयों के आधार पर त्रिभुजों को समरूप सिंद्ध करेंगे ।

⇨ **त्रिभुजों की समरूपता के लिए कसौटीयाँ** :– दो त्रिभुजों ΔABC व ΔDEF का आपस में समरूप होने के लिए निम्न तीन कसौटयाँ हैं ।



1. **AAA (कोण-कोण-कोण) समरूपता कसौटी** :- यदि दो त्रिभुजों में तीनों संगत कोण बराबर हों तो दोनों त्रिभुज समरूप होंगे, इस कसौटी को AAA (कोण-कोण-कोण) समरूपता कसौटी कहा जाता है ।
   $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ तथा $\angle C = \angle F$ तो $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

   नोट – यदि एक त्रिभुज के दो कोण किसी अन्य दूसरे त्रिभुज के दो कोणों के बराबर हों तो त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180^0 के आधार पर इनके तीसरे कोण भी बराबर होंगे । इस कसौटी को निम्न प्रकार भी लिखा जाता है –
   यदि एक त्रिभुज के दो कोण अन्य दूसरे त्रिभुज के दो कोणों के बराबर हों तो दोनों त्रिभुज समरूप होंगे इस कसौटी को AA समरूपता कसौटी कहा जाता है ।

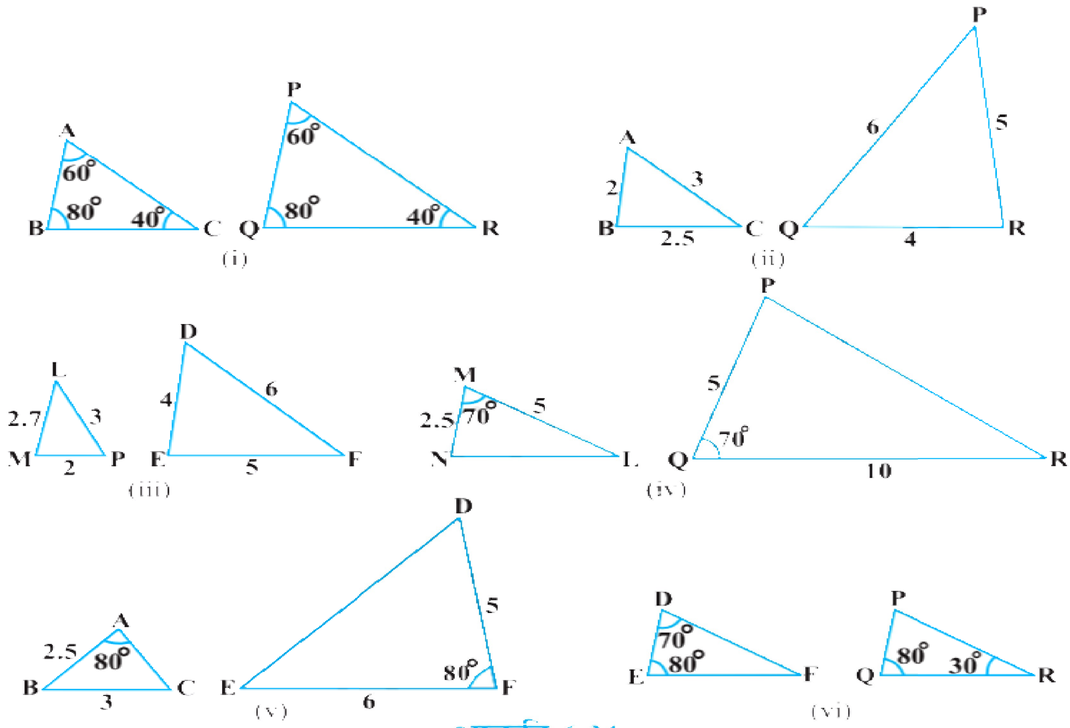
2. **SSS (भुजा-भुजा-भुजा) समरूपता कसौटी** :- यदि दो त्रिभुजों में तीनों संगत भुजाऐं एक ही अनुपात में हों तो दोनों त्रिभुज आपस में समरूप होंगे, इस कसौटी को SSS (भुजा-भुजा-भुजा) समरूपता कसौटी कहा जाता है।

   $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ हो तो $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

3. **SAS (भुजा-कोण-भुजा) समरूपता कसौटी** :- यदि दो त्रिभुजों में एक संगत कोण बराबर हो तथा दो संगत भुजाऐं एक ही अनुपात में हों तो दोनों त्रिभुज समरूप होंगे, इस कसौटी को SAS (भुजा-कोण-भुजा) समरूपता कसौटी कहा जाता है ।

प्रश्नावली 6.3 कक्षा 10 गणित एनसीईआरटी समाधान

प्रश्न 1. बताइए कि आकृति 6.34 में दिए त्रिभुजों के युग्मों में से कौन-कौन से युग्म समरूप हैं । उस समरूपता कसौटी को लिखिए जिसका प्रयोग आपने उत्तर देने में किया है तथा साथ ही समरूप त्रिभुजों को सांकेतिक रूप में व्यक्त कीजिए ।



आकृति 6.34

हल :- 1(i) $\angle A = \angle P = 60^0$

$\angle B = \angle Q = 80^0$

$\angle C = \angle R = 40^0$

तीनों संगत कोण बराबर हैं अत: AAA (कोण-कोण-कोण) समरूपता कसौटी के आधार पर दोनों त्रिभुज आपस में समरूप हैं अर्थात $\Delta \boldsymbol{ABC} \sim \Delta \boldsymbol{PQR}$

(ii) AB = 2, PQ = 6

BC = 2.5, QR = 4

AC = 3, PR = 5

$\frac{AB}{\text{QR}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{BC}{\text{PR}} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$

$\frac{AC}{\text{PQ}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{AB}{\text{QR}} = \frac{\text{BC}}{\text{PR}} = \frac{\text{AC}}{\text{PQ}}$

तीनों संगत भुजाऐं एक ही अनुपात में है अत: SSS (भुजा-भुजा-भुजा) समरूपता कसौटी के आधार पर दोनों त्रिभुज समरूप हैं I अत: $\Delta \boldsymbol{ABC} \sim \Delta \boldsymbol{QRP}$

(iii) LM = 2.5, MP = 2, LP = 3

DE = 4, EF = 5, DF = 6

$\frac{LM}{\text{EF}} = \frac{2.7}{5}$

$\frac{MP}{\text{DE}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{LP}{\text{DF}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

तीनों संगत भुजाऐं एक ही अनुपात में नहीं हैं अत: दोनों त्रिभुज आपस में समरूप नहीं हैं ।

(iv) $\angle M = 70^0$, MN = 2.5, ML = 5

$\angle Q = 70^0$, PQ = 5, QR = 10

$\angle M = \angle Q = 70^0$

$\frac{MN}{\text{PQ}} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$

$\frac{ML}{\text{QR}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

SAS (भुजा-कोण-भुजा) समरूपता कसौटी के आधार पर दोनों त्रिभुज आपस में समरूप हैं ।

अत: $\Delta \boldsymbol{MNL} \sim \Delta \boldsymbol{QPR}$

(v) $\angle A = 80^0$, AB = 2.5, BC = 3

$\angle F = 80^0$, DF = 5, EF = 6

$\frac{AB}{\text{DF}} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$

$\frac{BC}{\text{EF}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\angle B \neq \angle F$

संगत कोण बराबर नहीं हैं अत: दोनों त्रिभुज आपस में समरूप नहीं हैं ।

(vi) $\angle D = 70^0$, $\angle E = 80^0$

त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180^0 के आधार पर

$\angle F = 180^0 – (70+80)^0$

$\angle F = 180^0 – 150^0 = 30^0$

$\angle F = 30^0$

$\angle Q = 80^0$, $\angle R = 30^0$

इसी प्रकार $\angle P = 180^0 – (30+80)^0$

$\angle P = 180^0 – 110^0 = 70^0$

$\angle P = 70^0$

$\angle D = \angle P = 70^0$

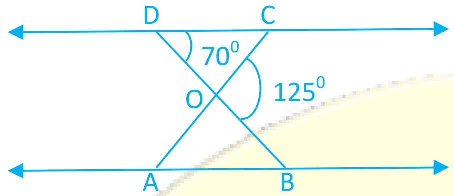
$\angle E = \angle Q = 80^0$

$\angle F = \angle R = 30^0$

तीनों संगत कोण बराबर हैं अत: अत: AAA (कोण-कोण-कोण) समरूपता कसौटी के आधार पर दोनों त्रिभुज आपस में समरूप हैं अर्थात $\Delta DEF \sim \Delta PQR$

प्रश्न 2. आकृति 6.35 में $\Delta ODC \sim \Delta OBA$, $\angle BOC = 125^0$ और $\angle CDO = 70^0$ है । $\angle DOC$, $\angle DCO$ और $\angle OAB$ ज्ञात कीजिए ।

हल :-



दिया गया है - $\Delta ODC \sim \Delta OBA$

$\angle BOC = 125^0$, $\angle CDO = 70^0$

$\angle DOC$, $\angle DCO$ और $\angle AOB$ = ?

$\angle DOC + \angle BOC = 180^0$ [रैखिक युग्म कोण अर्थात एक ही रेखा पर बने कोण]

$\angle DOC + 125^0 = 180^0$

$\angle DOC = 180^0 - 125^0$

$\mathbf{\angle DOC = 55^0}$

ΔODC में

$\angle DCO + \angle DOC + \angle CDO = 180^0$ [त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180^0 होता है]

$\angle DCO + 55^0 + 70^0 = 180^0$

$\angle DCO + 125^0 = 180^0$

$\angle DCO = 180^0 - 125^0$

$\mathbf{\angle DCO = 55^0}$

यदि $\Delta ODC \sim \Delta OBA$ हैं तो इसके संगत कोण बराबर होंगे ।

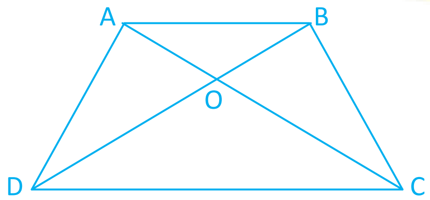
अत: $\angle DCO = \angle AOB$

$\mathbf{\angle AOB = 55^0}$

अत: $\angle DOC = 55^0$, $\angle DCO = 55^0$ और $\angle AOB = 55^0$

प्रश्न 3. समलंब ABCD जिसमें AB II DC है , के विकर्ण AC और BD परस्पर O पर प्रतिच्छेद करते हैं । दो त्रिभुजों की समरूपता कसौटी का प्रयोग करते हुए दर्शाइए कि $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ है ।

हल :-



दिया गया है – ABCD समलंब है तथा AB II DC

सिद्ध करना है - $\frac{OA}{\mathrm{OC}} = \frac{OB}{\mathrm{OD}}$

उपपत्ति :- $\angle$AOB = $\angle$COD (शीर्षाभिमुख कोण)

क्योंकि AB II DC है तथा दोनों को तिर्यक रेखा AC काटती है तो

$\angle$OAB = $\angle$COD **(** एकान्तर कोण)

$\Delta \boldsymbol{AOB}$ व $\Delta \boldsymbol{COD}$ में

$\angle$AOB = $\angle$COD

$\angle$OAB = $\angle$COD

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

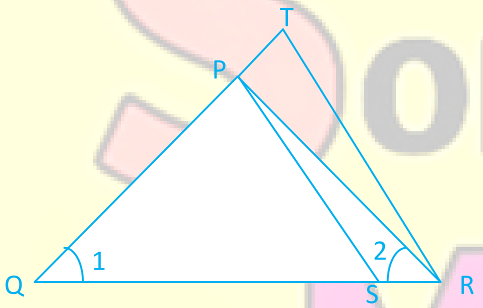
$\Delta \boldsymbol{AOB} \sim \Delta \boldsymbol{COD}$ हैं

इनकी संगत भुजाऐं एक ही अनुपात में होंगी

अत: $\frac{OA}{\mathrm{OC}} = \frac{OB}{\mathrm{OD}}$

प्रश्न 4. आकृति 6.36 में $\frac{QR}{\mathrm{QS}} = \frac{QT}{\mathrm{PR}}$ तथा $\angle$1 = $\angle$2 हैं तो दर्शाइए कि $\Delta PQS \sim \Delta TQR$ हैं ।

हल :-



दिया गया है - $\frac{QR}{\mathrm{QS}} = \frac{QT}{\mathrm{PR}}$ तथा $\angle$1 = $\angle$2

सिद्ध करना है - $\Delta \boldsymbol{PQS} \sim \Delta \boldsymbol{TQR}$

उपपत्ति :- $\Delta \boldsymbol{PQS}$ में

$\angle$1 = $\angle$2 (दिया गया है)

हम जानते हैं कि समान कोणों की सम्मुख भुजाऐं समान होती हैं

इसलिए PQ = PR

दिया है कि $\frac{QR}{\mathrm{QS}} = \frac{QT}{\mathrm{PR}}$

$\frac{QR}{\mathrm{QS}} = \frac{QT}{\mathrm{PQ}}$ (PQ = PR)

$\Delta \boldsymbol{PQS}$ व $\Delta \boldsymbol{TQR}$ में

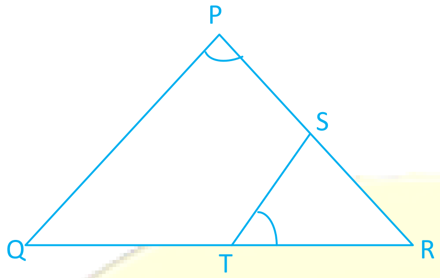
$\angle$PQS = $\angle$TQR = $\angle$1 (उभयनिष्ठ कोण)

अत: SAS समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta PQS \sim \Delta TQR$

प्रश्न 5. ΔPQR की भुजाओं PR और QR पर क्रमशः बिंदु S और T इस प्रकार स्थित है कि ∠P = ∠RTS है । दर्शाइए कि $\Delta PQS \sim \Delta TQR$ हैं ।

हल:-



दिया गया है - ∠P = ∠RTS

सिद्ध करना है - $\Delta PQS \sim \Delta TQR$ हैं ।

उपपत्ति :- ΔRPQ व ΔRTS में

∠P = ∠RTS (दिया गया है)

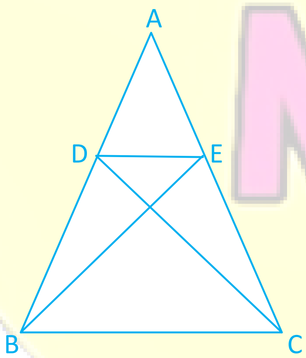
∠PQR = ∠SRT (उभयनिष्ठ कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta PQS \sim \Delta TQR$ हैं ।

प्रश्न 6. आकृति 6.37 में यदि $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ हैं तो दर्शाइए कि $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ हैं ।

हल :-



दिया गया है - $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ हैं

अर्थात ΔABE तथा ΔACD सर्वांगसम हैं ।

सिद्ध करना है - $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ हैं ।

उपपत्ति :- क्योंकि $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ हैं

हम जानते हैं कि सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाऐं बराबर होती हैं

इसलिए AB = AC

$\frac{AB}{AC} = 1$ .... (i)

तथा AE = AD

1 = $\frac{AD}{\text{AE}}$ ....(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$\frac{AB}{\text{AC}} = \frac{AD}{\text{AE}}$

AB X AE = AD X AC

$\frac{AE}{\text{AC}} = \frac{AD}{\text{AB}}$

∠DAE = ∠BAC (उभयनिष्ठ कोण)

अत: SAS समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ADE \sim \Delta ABC$ हैं ।

प्रश्न 7. आकृति 6.38 में ΔABC के शीर्षलम्ब AD और CE परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं । दर्शाइए कि :

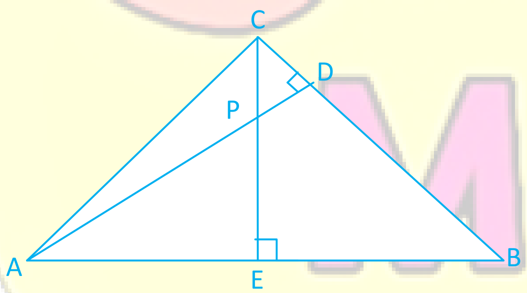
(i) $\Delta AEP \sim \Delta CDP$

(ii) $\Delta ABD \sim \Delta CBE$

(iii) $\Delta AEP \sim \Delta ADB$

(iv) $\Delta PDC \sim \Delta BEC$

हल :-



(i) सिद्ध करना है - $\Delta AEP \sim \Delta CDP$

उपपत्ति :- ΔAEP व ΔCDP में

∠AEP = ∠CDP (अभिलम्ब)

∠APE = ∠CPD (शीर्षाभिमुख कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta AEP \sim \Delta CDP$ हैं ।

(ii) सिद्ध करना है - $\Delta ABD \sim \Delta CBE$

उपपत्ति :- ΔABD व ΔCBE में

∠ADB = ∠CEB (अभिलम्ब)

∠ABD = ∠CBE (उभयनिष्ठ कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABD \sim \Delta CBE$ हैं ।

(iii) सिद्ध करना है - $\boldsymbol{\Delta AEP \sim \Delta ADB}$

उपपत्ति :- $\boldsymbol{\Delta AEP}$ व $\boldsymbol{\Delta ADB}$ में

∠AEP = ∠ADB (अभिलम्ब)

∠PAE = ∠DAB (उभयनिष्ठ कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta AEP \sim \Delta ADB$ हैं ।

(iv) सिद्ध करना है - $\boldsymbol{\Delta PDC \sim \Delta BEC}$

उपपत्ति :- $\boldsymbol{\Delta PDC}$ व $\boldsymbol{\Delta BEC}$ में

∠PDC = ∠BEC (अभिलम्ब)

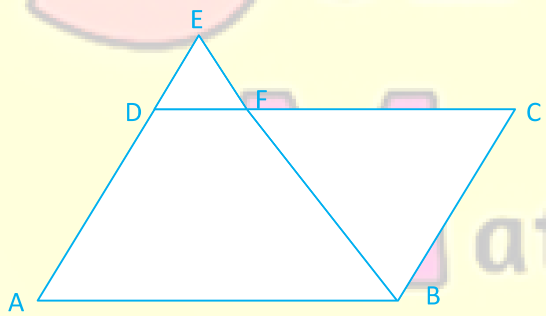
∠PCD = ∠BCE (उभयनिष्ठ कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta PDC \sim \Delta BEC$ हैं ।

प्रश्न 8. समांतर चतुर्भुज ABCD की बढ़ाई गई भुजा AD पर स्थित E एक बिन्दु है तथा BE भुजा CD को F पर प्रतिच्छेद करती है । दर्शाइए कि $\boldsymbol{\Delta ABE \sim \Delta CFB}$ हैं ।

हल :-



दिया गया है – ABCD एक समांतर चतुर्भुज है ।

सिद्ध करना है - $\Delta ABE \sim \Delta CFB$

उपपत्ति :- यदि ABCD एक समांतर चतुर्भुज है तो AD ॥ BC होंगी ।

AD को E तक बढ़ाया है इसलिए AE ॥ BC होंगी ।

AE व BC तिर्यक रेखा BE काटती है तो

∠AEB = ∠CBE (एकान्तर कोण)

∠EAB = ∠FCB (समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं ।)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABE \sim \Delta CFB$ हैं ।

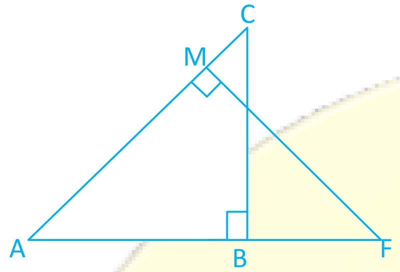
प्रश्न 9. आकृति 6.39 में, ABC और AMP दो समकोण त्रिभुज हैं , जिनके कोण B और M समकोण हैं ।

सिद्ध कीजिए कि :

(i) $\Delta ABC \sim \Delta AMP$

(ii) $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$

हल :-



(i) दिया गया है – ∠B = ∠M (समकोण)

सिद्ध करना है - $\Delta ABE \sim \Delta AMP$

उपपत्ति :- ΔABC व ΔAMP में

∠B = ∠M (समकोण)

∠CAB = ∠MAP (उभयनिष्ठ कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABC \sim \Delta AMP$ हैं ।

(ii) सिद्ध करना है -

उपपत्ति :- ΔABC व ΔAMP में

∠B = ∠M (समकोण)

∠CAB = ∠MAP (उभयनिष्ठ कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABC \sim \Delta AMP$ हैं तो $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$

इनकी संगत भुजाऐं समानुपाती होंगी

अत: $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$

प्रश्न 10. CD और GH क्रमश: ∠ACB और ∠EGF के ऐसे समद्विभाजक हैं कि बिंदु D और H क्रमश: ΔABC और ΔFEG की भुजाओं AB और FE पर स्थित है ।

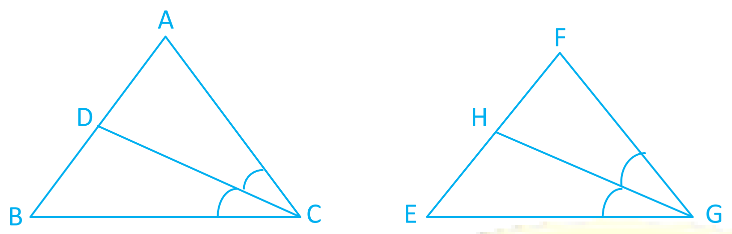
यदि $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ है तो दर्शाइए कि :

(i) $\frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$

(ii) $\Delta DCB \sim \Delta HGE$

(iii) $\Delta DCA \sim \Delta HGF$

हल :-



(i) दिया गया है - $\Delta ABC \sim \Delta FEG$

सिद्ध करना है - $\frac{CD}{\text{GH}} = \frac{\text{AC}}{\text{FG}}$

उपपत्ति :- यदि $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ हैं तो

∠A = ∠F

तथा ∠ACB = ∠FGE

∠ACB/2 = ∠FGE/2

∠ACD = ∠FGH (समद्विभाजक कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

हैं तो $\frac{CD}{\text{GH}} = \frac{\text{AC}}{\text{FG}}$

(ii) दिया गया है - $\Delta ABC \sim \Delta FEG$

सिद्ध करना है - $\Delta DCB \sim \Delta HGE$

उपपत्ति :- यदि $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ हैं तो

∠DBC = ∠HEG

तथा ∠ACB = ∠FGE

∠ACB/2 = ∠FGE/2

∠DCB = ∠HGE (समद्विभाजक कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta DCB \sim \Delta HGE$

(iii) दिया गया है - $\Delta DCA \sim \Delta HGF$

सिद्ध करना है - $\Delta DCB \sim \Delta HGE$

उपपत्ति :- यदि $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ हैं तो

∠CAD = ∠GFE

तथा ∠ACB = ∠FGE

∠ACB/2 = ∠FGE/2

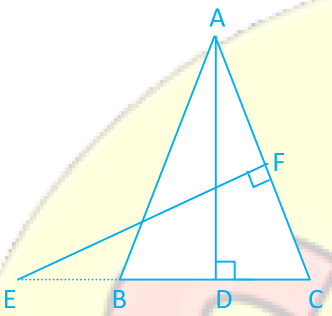
∠ACD = ∠FGH (समद्विभाजक कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta DCA \sim \Delta HGF$

प्रश्न 11. आकृति 6.40 में AB = AC वाले एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC की बढ़ाई गई भुजा CB पर स्थित E एक बिंदु है । यदि AD⊥BC और EF⊥AC है तो सिद्ध कीजिए कि $\Delta ABD \sim \Delta ECF$ हैं ।

हल :-



आकृति 6.40

दिया गया है – AB = AC और EF⊥AC है

सिद्ध करना है - $\Delta ABD \sim \Delta ECF$ हैं ।

उपपत्ति :- AB = AC अर्थात त्रिभुज ABC समद्विबाहु है

इसलिए इसके सम्मुख कोण बराबर होंगे

∠B = ∠C

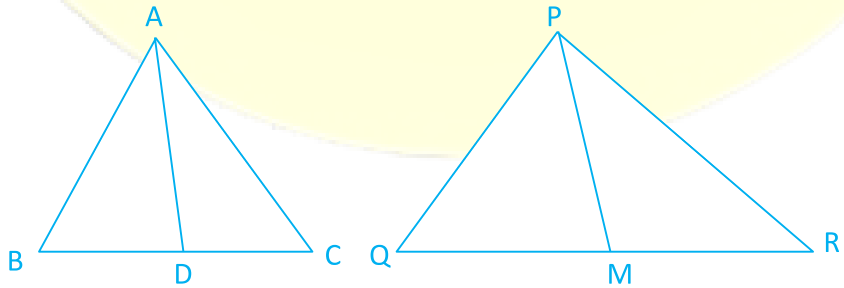
∠ADB = ∠EFC (समकोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABD \sim \Delta DEF$

प्रश्न 12. एक त्रिभुज ABC की भुजाऐं AB और BC तथा माध्यिका AD एक अन्य त्रिभुज PQR की क्रमश: भुजाओं PQ और QR तथा माध्यिका PM के समानुपाती है (देखिए आकृति 6.41) । दर्शाइए कि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ हैं ।

हल :-



आकृति 6.41

दिया गया है - $\frac{AB}{PQ} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{QR}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PM}}$

सिद्ध करना - $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

उपपत्ति :- ΔABC में माध्यिका AD है तो D, BC का मध्यबिंदु है इसलिए

BD = DC

समद्विबाहु त्रिभुज में

BC = BD + DC

BC = BD + BD

BC = 2BD

इसी प्रकार ΔPQR में माध्यिका PM है तो M, QR का मध्यबिंदु है इसलिए

QM = MR

समद्विबाहु त्रिभुज में

QR = QM + MR

QR = QM + QM

QR = 2QM

दिया गया है $\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{QR}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PM}}$

$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{2BD}}{\mathrm{2QM}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PM}}$

$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{QM}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PM}}$

S-S-S समानुपातिकता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABD \sim \Delta PQM$

यदि $\sim \Delta DEF$ हैं तो इनके संगत कोण बराबर होंगे

अत: ∠B = $\angle Q$

ΔABC व ΔPQR में

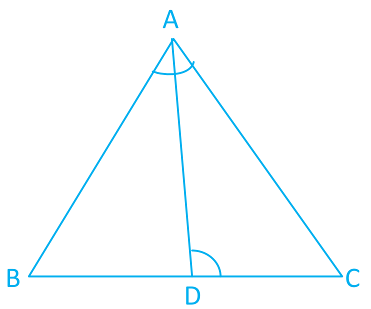
$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{QR}}$ व ∠B = $\angle Q$

है तो S-A-S समानुपातिकता प्रमेय के आधार पर

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

प्रश्न 13. एक त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिंदु D इस प्रकार स्थित है कि ∠ADC = ∠BAC है । दर्शाइए कि CA^2 = CB.CD है ।

हल :-



दिया गया है – ∠ADC = ∠BAC

सिद्ध करना है - CA^2 = CB.CD

उपपत्ति :- ΔADC व ΔBAC में

∠ADC = ∠BAC (दिया है)

∠ACD = ∠ACB (उभयनिष्ठ कोण)

अत: A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ADC \sim \Delta BAC$

अत: इनकी संगत भुजाऐं समानुपाती होंगी ।

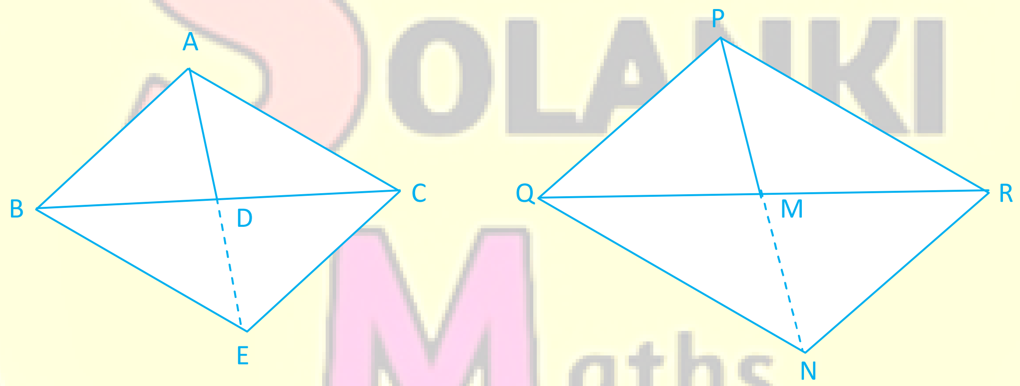
$\frac{AC}{\mathrm{CD}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}$

AC^2 = BC.CD

CA^2 = CB.CD

प्रश्न 14. एक त्रिभुज ABC की भुजाऐं AB और AC तथा माध्यिका AD एक अन्य त्रिभुज की भुजाओं PQ और PR तथा माध्यिका PM के क्रमश: समानुपाती हैं। दर्शाइए कि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ हैं ।

हल :-



दिया गया है – AB, AC व AD क्रमश: PQ, PR व PM के समानुपाती हैं अर्थात

$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{QR}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PM}}$

सिद्ध करना है - $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ हैं ।

रचना – ΔABC में माध्यिका AD को E तक इस प्रकार बढ़ाऐं कि AD = DE तथा E को B व C से मिलाऐं ।

इसी प्रकार ΔPQR में माध्यिका PM को N तक इस प्रकार बढ़ाऐं कि PM = MN तथा N को Q व R से मिलाऐं ।

उपपत्ति :- AD = DE (रचना से)

BD = DC (AD माध्यिका है)

अत: विकर्ण समद्विभाजत करते हैं अत: ABEC समान्तर चतुर्भुज है ।

चतुर्भुज ABEC में BE = AC

$\frac{BE}{\mathrm{AC}} = 1$ ....(i)

इसी प्रकार चतुर्भुज PMNR में QN = PR

$\frac{QN}{\mathrm{PR}} = 1$ .... (ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$\frac{BE}{\mathrm{AC}} = \frac{QN}{\mathrm{PR}}$

$\frac{BE}{\mathrm{QN}} = \frac{AC}{\mathrm{PR}}$ ....(iii)

इसी प्रकार

$\frac{AD}{\mathrm{PM}} = \frac{2AD}{\mathrm{2PM}}$

$\frac{AD}{\mathrm{PM}} = \frac{AE}{\mathrm{PN}}$ .... (iv)

दिया गया है - $\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{QR}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PM}}$

समीकरण (iii) व (iv) से

$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{PR}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PN}}$

S-S-S समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABE \sim \Delta PQN$

अत: ∠BAE = ∠QPN ....(v)

इसी प्रकार $\Delta AEC \sim \Delta PNR$

अत: ∠EAC = ∠NPR .... (vi)

समीकरण (v) व (vi) जोड़ने पर

∠BAE + ∠EAC = ∠QPN + ∠NPR

ΔABC व ΔPQR में

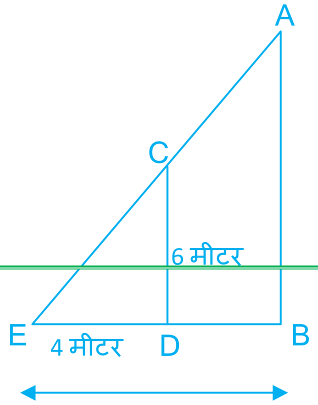
$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{PR}}$ तथा ∠A = ∠P

S-A-S समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

प्रश्न 15. 6 मीटर लम्बाई वाले एक उर्ध्वाधर स्तम्भ की भूमि पर छाया की लंबाई 4 मीटर है , जबकि उसी समय एक मीनार की छाया की लंबाई 28 मीटर है । मीनार की उँचाई ज्ञात कीजिए ।

हल :-



ΔABE व ΔCDE में

∠AEB = ∠CED (उभयनिष्ठ कोण)

∠ABE = ∠CDE (अभिलम्ब)

A-A समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABE \sim \Delta CDE$

अत: इनकी संगत भुजाऐं समानुपाती होंगी

$\frac{AB}{\mathrm{CD}} = \frac{BE}{\mathrm{DE}}$

$\frac{h}{6} = \frac{28}{4}$

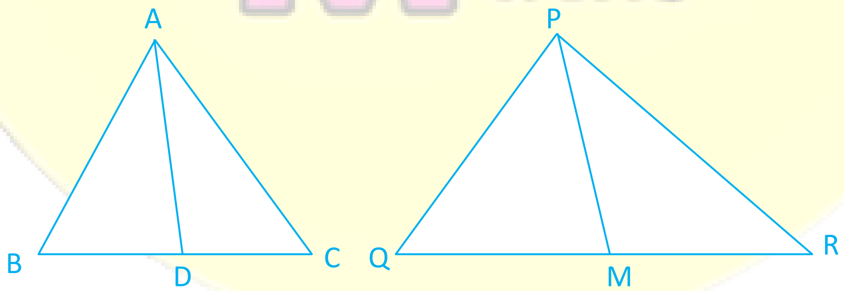
h = $\frac{28}{4}$x6

h = 42 मीटर

अत: मीनार की उँचाई 42 मीटर है ।

प्रश्न 16. AD और PM त्रिभुजों ABC और PQR की क्रमश: माध्यिकाएँ हैं जबकि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है । सिद्ध कीजिए कि $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{\mathrm{PM}}$ है ।

हल :-



दिया गया है - $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

सिद्ध करना है - $\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{AD}{\mathrm{PM}}$

उपपत्ति :- ΔABC में माध्यिका AD है तो D, BC का मध्यबिन्दु होगा ।

अत: BD = DC

BC = BD + DC

BC = BD + BD (क्योंकि BD = DC)

BC = 2BD .... (i)

इसी प्रकार ΔPQR में माध्यिका PM है तो M, QR का मध्यबिन्दु होगा ।

अत: QM = MR

QR = QM + MR

QR = QM +QM (क्योंकि QM = MR)

QR = 2QM .... (ii)

यदि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ हैं तो

$$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{BC}{\mathrm{QR}}$$

$$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{2BD}{\mathrm{2Q}}$$ (समीकरण i व ii से)

$$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{BD}{\mathrm{QM}}$$

तथा ∠B = ∠Q

S-A-S समरूपता कसौटी के आधार पर

$\Delta ABD \sim \Delta PQM$

अत: इनकी संगत भुजाऐं समानुपाती होंगी

$$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{QM}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PM}}$$

$$\frac{AB}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{PM}}$$