

प्रश्नावली 7.1 कक्षा 10 गणित समाधान (प्रश्न-उत्तर)

प्र.1 बिन्दुओं के निम्नलिखित युग्मों के बीच की दूरियाँ ज्ञात कीजिए ।

(i) (2, 3); (4, 1) (ii) (-5, 7); (-1, 3) (iii) (a, b); (-a, -b)

हल :- (i) बिन्दु P (2, 3) तथा Q (4, 1) के मध्य दूरी

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(2 - 4)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

(ii) बिन्दु P (-5, 7) तथा Q (-1, 3) के मध्य दूरी

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$PQ = \sqrt{[(-5) - (-1)]^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{(-5 + 1)^2 + (4)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (4)^2} \\ = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

(iii) बिन्दु P (a, b) तथा Q (-a, -b) के मध्य दूरी

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$PQ = \sqrt{[a - (-a)]^2 + [b - (-b)]^2} = \sqrt{(a + a)^2 + (b + b)^2} = \sqrt{(2a)^2 + (2b)^2} \\ = \sqrt{4a^2 + 4b^2} = \sqrt{4(a^2 + b^2)} = 2\sqrt{(a^2 + b^2)}$$

प्र.2 बिन्दुओं (0,0) और (36, 15) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए । क्या आप अनुच्छेद 7.2 में दिए दोनों शहरों A और B के बीच की दूरी ज्ञात कर सकते हैं ?

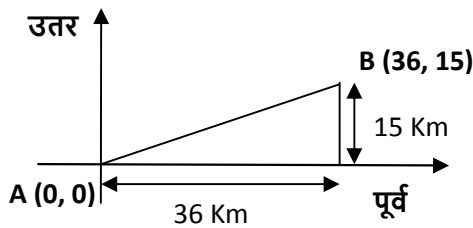
हल :- क्योंकि बिन्दु (0,0) मूल बिन्दु है

अतः बिन्दु P (36,15) की मूल बिन्दु O (0,0) से दूरी

$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$OP = \sqrt{(36)^2 + (15)^2} = \sqrt{1296 + 225} = \sqrt{1521} = \sqrt{3 \times 3 \times 13 \times 13} \\ = 3 \times 13 = 39 \text{ मात्रक}$$

अनुच्छेद 7.2 के अनुसार



दोनों शहरों A (0, 0) तथा B (36, 15) के बीच की दूरी

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(0 - 36)^2 + (0 - 15)^2} = \sqrt{(-36)^2 + (-15)^2} = \sqrt{1296 + 225} \\ = \sqrt{1521} = 39 \text{ इकाई}$$

प्र.3 निर्धारित कीजिए कि क्या बिन्दु (1, 5) , (2, 3) और (-2, -11) सररेखी हैं ?

हल :- बिन्दु A (1, 5) , B (2, 3) और C (-2, -11)

$$AB = \sqrt{(1-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \text{ इकाई}$$

$$BC = \sqrt{(2+2)^2 + (3+11)^2} = \sqrt{(4)^2 + (14)^2} = \sqrt{16+196} = \sqrt{212} \text{ इकाई}$$

$$CA = \sqrt{(-2-1)^2 + (-11-5)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-16)^2} = \sqrt{9+256} = \sqrt{265} \text{ इकाई}$$

किन्ही दो दूरीयों का योगफल तीसरी दूरी के बराबर नहीं है अतः तीनों बिन्दु सररेखी नहीं हैं ।

प्र.4 जाँच कीजिए कि क्या बिन्दु (5, -2) य (6, 4) और (7, -2) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं ?

हल :- बिन्दु A (5, -2) , B (6, 4) और C (7, -2)

$$AB = \sqrt{(5-6)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37} \text{ इकाई}$$

$$BC = \sqrt{(6-7)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{(1)^2 + (6)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37} \text{ इकाई}$$

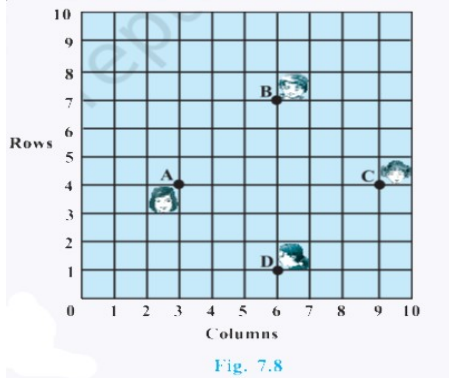
$$CA = \sqrt{(7-5)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{(2)^2 + (0)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4} = 2 \text{ इकाई}$$

समद्विबाहु त्रिभुज में किन्ही दो भुजाओं की लम्बाईयां बराबर होती हैं ।

$$AB = BC = \sqrt{37} \text{ इकाई}$$

अतः तीनों बिन्दु किसी समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं ।

प्र.5 किसी कक्षा में चार मित्र बिन्दुओं **A, B, C** और **D** पर बैठे हुए हैं, जैसा कि आकृति 7.8 में दर्शाया गया है। चंपा और चमेली कक्षा के अंदर आती है और कुछ मिनट तक देखने के बाद चंपा चमेली से पूछती है, क्या तुम नहीं सोचती हो कि **ABCD** एक वर्ग है? चमेली इससे सहमत नहीं है। दूरी सूत्र का प्रयोग करके बताइए कि इनमें कौन सही है।



हल :- चारों बिन्दुओं के निर्देशांक निम्नानुसार होंगे –

A (3,4) B (6,7) C (9,4) D (6,1)

हम जानते हैं कि वर्ग की चारों भुजाएँ तथा विकर्ण आपस में बराबर होते हैं।

$$AB = \sqrt{(3-6)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9}$$

$$= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

$$BC = \sqrt{(6-9)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9+9}$$

$$= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

$$CD = \sqrt{(9-6)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{(3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9+9}$$

$$= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

$$DA = \sqrt{(6-3)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9}$$

$$= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

चारों भुजाएँ बराबर हैं। $AB = BC = CD = DA$

$$AC = \sqrt{(9-3)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{(6)^2 + (0)^2} = \sqrt{36+0} = \sqrt{36} = 6 \text{ इकाई}$$

$$BD = \sqrt{(6-6)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{(0)^2 + (6)^2} = \sqrt{0+36} = \sqrt{36} = 6 \text{ इकाई}$$

विकर्ण भी बराबर हैं। $AC = BD$

अतः ABCD एक वर्ग है तथा चंपा का कथन सही है।

प्र.6 निम्नलिखित बिन्दुओं से बनने वाले चतुर्भुज का प्रकार (यदि कोई हो तो) बताइए तथा अपने उत्तर के लिए कारण भी दीजिए ।

(i) (-1, -2), (1,0), (-1, 2), (-3, 0)

(ii) (-3,5), (3, 1), (0,3), (-1, -4)

(iii) (4,5), (7,6), (4, 3), (1, 2)

हल :- (i) A (-1, -2), B (1,0), C (-1, 2), D (-3, 0)

$$AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

$$BC = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

$$CD = \sqrt{(-1+3)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

$$DA = \sqrt{(-3+1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

$$AC = \sqrt{(-1+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{(0)^2 + (4)^2} = \sqrt{0+16} = \sqrt{16} = 4 \text{ इकाई}$$

$$BD = \sqrt{(1+3)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{(4)^2 + (0)^2} = \sqrt{16+0} = \sqrt{16} = 4 \text{ इकाई}$$

AB = BC = CD = DA तथा AC = BD

अतः दिया गया चतुर्भुज एक वर्ग है ।

(ii) A (-3, 5) B (3, 1) C (0, 3) D (-1, -4)

$$AB = \sqrt{(-3-3)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13} \text{ इकाई}$$

$$BC = \sqrt{(3-0)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \text{ इकाई}$$

$$CD = \sqrt{(0+1)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{(1)^2 + (7)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} \text{ इकाई}$$

$$DA = \sqrt{(-1+3)^2 + (-4-5)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-9)^2} = \sqrt{4+81} = \sqrt{85} \text{ इकाई}$$

$$CA = \sqrt{(0+3)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \text{ इकाई}$$

ABC में AB = BC + CA है अतः तीनों बिन्दु सरिखी हैं इसलिए चतुर्भुज बनना संभव नहीं है ।

(iii) A (4, 5) B (7, 6) C (4, 3) D (1, 2)

$$AB = \sqrt{(7-4)^2 + (5-6)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \text{ इकाई}$$

$$BC = \sqrt{(7-4)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{(3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 9} = 3\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

$$CD = \sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \text{ इकाई}$$

$$DA = \sqrt{(1-4)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 9} = 3\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

AB = CD, BC = DA

आमने सामने की भुजाओं की लम्बाईयां समान हैं ।

$$AC = \sqrt{(4-4)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{(0)^2 + (2)^2} = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2 \text{ इकाई}$$

$$BD = \sqrt{(7-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{(6)^2 + (4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13} \text{ इकाई}$$

विकर्ण बराबर नहीं है अर्थात् AC ≠ BD

अतः ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है ।

प्र. 7 x-अक्ष पर स्थित वह बिन्दु ज्ञात कीजिए कि जो (2, -5) और (-2, 9) से समदूरस्थ है ।

हल :- माना x-अक्ष पर स्थित वह बिन्दु P (x, 0) है ।

यह बिन्दु A (2, -5) और B (-2, 9) से समदूरस्थ है ।

अतः PA = PB

$$\sqrt{(x-2)^2 + (0+5)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (0-9)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(x-2)^2 + (0-5)^2 = (x+2)^2 + (0-9)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + (5)^2 = x^2 + 4x + 4 + (-9)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + 25 = x^2 + 4x + 4 + 81$$

$$x^2 - 4x + 29 = x^2 + 4x + 85$$

$$x^2 - 4x - x^2 - 4x = 85 - 29$$

$$- 8x = 56$$

$$x = \frac{56}{-8}$$

$$x = -7$$

अतः x-अक्ष पर स्थित वह बिन्दु (-7, 0) होगा ।

प्र.8 y का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिन्दु P (2, -3) और Q (10, y) के बीच की दूरी 10 मात्रक है ।

हल :- बिन्दु P (2, -3) और Q (10, y)

$$PQ = 10$$

$$\sqrt{(10-2)^2 + (y+3)^2} = 10$$

वर्ग करने पर

$$(10-2)^2 + (y+3)^2 = 100$$

$$(8)^2 + y^2 + 6y + 9 = 100$$

$$64 + y^2 + 6y + 9 = 100$$

$$y^2 + 6y + 73 = 100$$

$$y^2 + 6y + 73 - 100 = 0$$

$$y^2 + 6y - 27 = 0$$

$$y^2 + 9y - 3y - 27 = 0$$

$$y(y+9) - 3(y+9) = 0$$

$$(y+9)(y-3) = 0$$

$$y+9 = 0 \text{ या } y-3 = 0$$

$$\mathbf{y = -9 \text{ या } y = 3}$$

प्र.9 यदि Q (0, 1) बिन्दुओं P (5, -3) और R (x, 6) से समदूरस्थ है तो x का मान ज्ञात कीजिए । दूरीयां QR और PR भी ज्ञात कीजिए ।

हल :- P (5, -3), Q (0, 1) और R (x, 6)

$$PQ = \sqrt{(5-0)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{(5)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

$$QR = \sqrt{(x-0)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{(x)^2 + (5)^2} = \sqrt{x^2 + 25}$$

क्योंकि PQ = QR

$$\sqrt{41} = \sqrt{x^2 + 25}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$41 = x^2 + 25$$

$$x^2 = 41 - 25$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

यदि x = 4 है तो बिन्दु R (4, 6) होगा तथा यदि x = -4 है तो बिन्दु R (-4, 6) होगा ।

यदि R (4, 6) हो तो

$$QR = \sqrt{(4-0)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{(4)^2 + (5)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41} \text{ इकाई}$$

$$PR = \sqrt{(5-4)^2 + (-3-6)^2} = \sqrt{(1)^2 + (-9)^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{82} \text{ इकाई}$$

यदि R (-4, 6) हो तो

$$QR = \sqrt{(-4-0)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (5)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41} \text{ इकाई}$$

$$PR = \sqrt{(5+4)^2 + (-3-6)^2} = \sqrt{(9)^2 + (-9)^2} = \sqrt{81+81} = \sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2} = 9\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

प्र.10 x और y में ऐसा संबंध ज्ञात कीजिए कि बिंदु (x, y) बिन्दुओं (3, 6) और (-3, 4) से समदूरस्थ है ।

हल :- बिन्दु P (x, y) A (3, 6) और B (-3, 4)

$$PA = PB$$

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-6)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + (y-4)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(x-3)^2 + (y-6)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 = x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 12y + 45 = x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 12y + 45 - x^2 - y^2 - 6x + 8y - 25 = 0$$

$$-12x - 4y + 20 = 0$$

दोनों पक्षों में -4 का भाग करने पर

$$3x + y - 5 = 0$$

$$\mathbf{3x + y = 5}$$

x और y में निम्न संबंध होगा $3x + y = 5$